

Ausarbeitung zum Versuch 21

Physikalisches Grundpraktikum

Andreas Messer

9. August 2004

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
1.1	Thema des Versuches	4
1.2	Brechungsgesetz	4
1.3	Abbildung durch brechende Kugelflächen	5
1.4	Abbildungsgleichung für dünne Linsen	6
1.5	Sehen mit dem Auge	7
2	Messung der Vergrößerung einer Lupe	8
2.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	8
2.2	Messwerte	8
2.3	Auswertung	9
2.4	Messfehler	9
3	Messung der Vergrößerung eines Mikroskops	10
3.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	10
3.2	Messwerte	11
3.3	Auswertung	12
3.4	Messfehler	13
4	Eichung einer Okularskala und Ausmessen eines Objektes	14
4.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	14
4.2	Messwerte	14
4.3	Auswertung	15
4.4	Messfehler	15
5	Aperturwinkel und Auflösungsvermögen eines Mikroskops	16
5.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	16
5.2	Messwerte	18
5.3	Auswertung	18
5.4	Messfehler	20
6	Aufbau eines Fernrohres	21
6.1	Versuchsaufbau und Durchführung	21
6.2	Messwerte	22
6.3	Auswertung	23
6.4	Messfehler	23

Literaturverzeichnis	24
A Kopien Original Protokoll	25
B Selbstständigkeitserklärung	33

1 Einleitung

1.1 Thema des Versuches

Der Versuch 21 des Physikalischen Grundpraktikums beschäftigt sich mit den optischen Geräten Lupe, Mikroskop und Fernrohr. Diese werden auf ihre Eigenschaften hin untersucht. Das Experiment wurde am 03.06.2004 von Chrisitan Rewitz und mir unter der Betreuung von Carsten Winterfeldt an der Bayrischen Julius-Maximilians-Universität durchgeführt. Protokollführender war Christian Rewitz.

Nachfolgend werden zunächst einigen Grundlagen zur Brechung und zum menschlichen Sehen dargestellt.

1.2 Brechungsgesetz

Das Brechungsgesetz beschreibt, wie sich die Ausbreitungsrichtung von Licht beim Übergang von einem optischen Medium in ein anderes optisches Medium verändert.

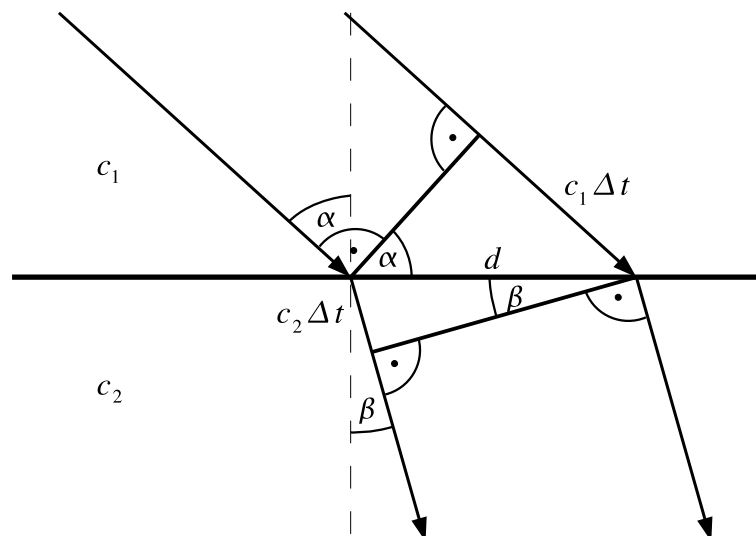


Abbildung 1.1: Brechung mit $c_1 > c_2$

Bild 1.1 zeigt den Strahlenverlauf eines Lichtbündels bei einem Übergang von einem Medium mit der Lichtgeschwindigkeit c_1 in ein Medium mit Lichtgeschwindigkeit c_2 . Die

dabei zurückgelegte Strecke des Lichtes ist $s = c\Delta t$. Daher gilt

$$\frac{c_1 \Delta t}{d} = \sin \alpha, \quad \frac{c_2 \Delta t}{d} = \sin \beta$$

Durch Auflösen nach $\Delta t/d$ und Gleichsetzen erhält man

$$\frac{\sin \alpha}{c_1} = \frac{\sin \beta}{c_2}$$

Setzt man nun $c_1/c_2 = n_2/n_1$ mit n als Brechzahl des Mediums so erhält man das Brechungsgesetz in der üblichen Form

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \quad (1.1)$$

1.3 Abbildung durch brechende Kugelflächen

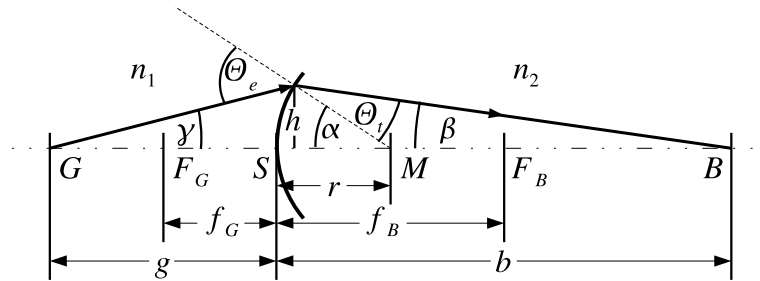


Abbildung 1.2: Brechung an einer Kugelfläche (aus [2, Abb. 3.14])

Die folgende Herleitung wurde [2, Kap. 3.3] entnommen. In Bild 1.2 ist die Abbildung an einer Kugelfläche, die zwei Medien unterschiedlicher Brechzahl trennt, dargestellt. Um Bildweite b , Gegenstandsweite g , den Radius r und die beiden Brennweiten f_B und f_G miteinander zu verknüpfen, wird eine vereinfachte Form des Brechungsgesetzes (Gleichung 1.1) verwendet.

$$n_1 \Theta_e = n_2 \Theta_t \quad (\sin \Theta \approx \Theta \text{ für kleine } \Theta) \quad (1.2)$$

Für den Winkel zwischen dem einfallenden Lichtbündel und dem Lot auf die Kugelfläche gilt

$$\Theta_e = \gamma + \alpha$$

Analog dazu ist der Winkel des austretenden Lichtbündels zum Lot mit

$$\Theta_t = \alpha - \beta$$

definiert. Unter weiteren Näherungen gilt dann

$$\frac{h}{g} = \sin \gamma = \gamma, \quad \frac{h}{r} = \sin \alpha = \alpha, \quad \frac{h}{b} = \sin \beta = \beta$$

Durch Einsetzen dieser Terme in (1.2) erhält man die Abbildungsgleichung für brechende Kugelflächen

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad (1.3)$$

Diese Gleichung kann auf alle möglichen Kombinationen von Kugelflächen zwischen zwei verschiedenen Medien angewendet werden, wenn die in Tabelle 1.1 angegebene Vorzeichenkonvention benutzt wird.

Größe	Vorzeichen	
	+	-
g	G links von S	G rechts von S
f_G	F_G links von S	F_G rechts von S
b	B rechts von S	B links von S
f_B	F_B rechts von S	F_B links von S
r	M rechts von S	M links von S

Tabelle 1.1: Vorzeichenkonvention bei Abbildung an einer Kugelfläche (aus [2, Tab. 3.1])

1.4 Abbildungsgleichung für dünne Linsen

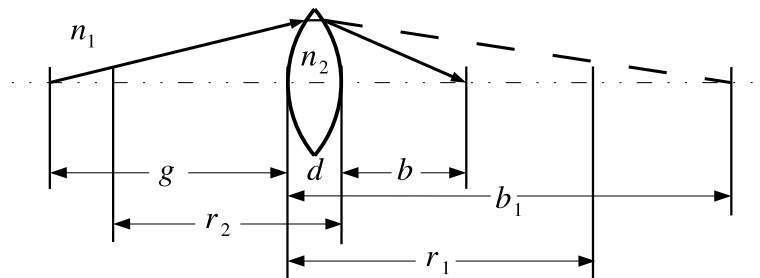


Abbildung 1.3: Abbildung an einer Linse (aus [2, Abb. 3.16])

Mit Hilfe von Kapitel 1.3 lässt sich die Abbildungsgleichung für dünne Linsen herleiten. (aus [2, Kap. 3.3]) Für die linke Kugelfläche gilt dabei

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1}$$

Unter der Voraussetzung dass d klein gegenüber g , b und r ist wird $g_2 = -b_1$ gesetzt und es ergibt sich für die rechte Kugelfläche

$$-\frac{n_2}{b_1} + \frac{n_1}{b} = \frac{n_1 - n_2}{r_2}$$

Die beiden Gleichung werden zusammengeführt und man erhält die Gaußsche Linsenformel. (Linsenschleiferformel oder Abbildungsgleichung für dünne Linsen)

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f} \quad (\text{mit } n_2 = n \text{ und } n_1 = 1) \quad (1.4)$$

Auch für dies Gleichung gilt Tabelle 1.1. (in diesem Fall mit einer Sammellinse ist $r_2 < 0$)

Die Gaußsche Linsenformel lässt sich sowohl auf konvexe Linsen (Sammellinsen) als auch auf konkave Linsen (Zerstreuungslinsen) anwenden. Bei letzteren ist die Brennweite f negativ zu wählen, also ist $r_1 < 0$ und $r_2 > 0$

1.5 Sehen mit dem Auge

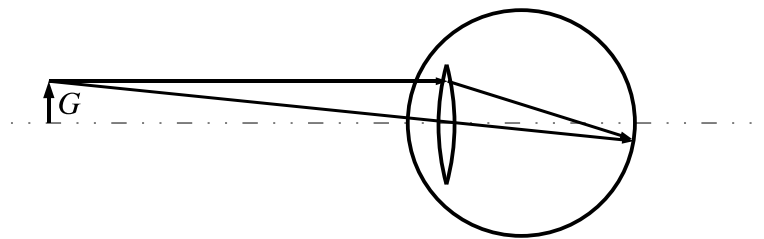


Abbildung 1.4: Auge (stark vereinfacht)

In Bild 1.5 ist der Lichtweg im Auge stark vereinfacht dargestellt. Das Bild des Gegenstandes G wird auf die Netzhaut projiziert. Da die Bildweite im Auge fest ist, muss die Brennweite der Linse verändert werden, damit eine scharfe Abbildung von Gegenständen aller Gegenstandsweiten möglich ist. Diesen Vorgang nennt man Akkommodation. Dadurch können Gegenstände ab einer Entfernung von etwa 15 cm scharf gesehen werden. Für technische Anwendungen wurde $S_0 = 25$ cm als „normale“ Sehweite festgelegt. Bei dieser Entfernung kann man gerade noch ohne Anstrengung scharf sehen. Für den sehenden Winkel gilt damit

$$\varepsilon = \frac{G}{S_0} = \frac{G}{25 \text{ cm}}$$

Dieser Winkel ist die Grundlage für die Definition der Vergrößerung optischer Geräte

$$V = \frac{\varepsilon \text{ mit opt. Gerät}}{\varepsilon \text{ ohne opt. Gerät}}$$

2 Messung der Vergrößerung einer Lupe

2.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

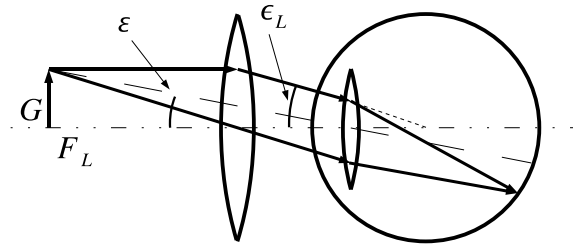


Abbildung 2.1: Vergrößerung des Sehwinkels mit der Lupe. (Gestrichelte Linie bezeichnet den Lichtweg ohne Lupe)

Lupen vergrößern den Winkel ε , unter dem ein Lichtbündel in das Auge eintritt (Bild 2.1) und bilden somit den Gegenstand größer auf der Netzhaut ab. Dieser wird meist in der Brennweite der Lupe positioniert, weil dann die bildseitigen Lichtbündel parallel sind und mit entspanntem Auge betrachtet werden kann. Die Vergrößerung ist mit

$$V_L = \frac{\varepsilon_L}{\varepsilon} = \frac{S_0}{f_L} = \frac{25 \text{ cm}}{f_L}$$

definiert.

Im Versuch war die Vergrößerung einer Lupe zu bestimmen. Dazu wurde mit dem einen Auge ein Maßstab durch die Lupe betrachtet und mit einem anderen Maßstab, der mit dem anderen Auge ohne Lupe aus einer Entfernung von $s = 25 \text{ cm}$ betrachtet wurde, verglichen. Ermittelt wurde wieviele Skalenteile des einen Maßstabes (s_1) einer bestimmten Anzahl Skalenteile des zweiten Maßstabes (s_2) entsprechen. Die Vergrößerung war aus dem Verhältnisse der Skalenteile nach.

$$V = \frac{s_2}{s_1} \quad (s_1 \text{ mit opt. Gerät betrachtet, } s_2 \text{ direkt}) \quad (2.1)$$

zu berechnen.

2.2 Messwerte

Für die Messung wurden zwei Millimetermaßstäbe verwendet. Weil jedes Auge ein anderes Bild sieht, gestaltete sich das Ablesen der Werte schwierig. Daher wurde die Mess-

genauigkeit auf $\pm 3\text{mm}$ geschätzt. Durch die Lupe betrachtet erschien eine Strecke

$$s_1 = (10 \pm 3) \text{ mm}$$

gleich lang zu einer Strecke

$$s_2 = (50 \pm 3) \text{ mm}$$

ohne Lupe betrachtet.

2.3 Auswertung

Aus den beiden Messwerten berechnet sich die Vergrößerung der Lupe und deren Fehler zu

$$\begin{aligned} V_L &= \frac{s_2}{s_1} = \frac{50 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 5,0 \\ \Delta V &= \pm \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial s_1}\right)^2 (\Delta s_1)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial s_2}\right)^2 (\Delta s_2)^2} = \pm \sqrt{\frac{s_2^2 \cdot (\Delta s_1)^2}{s_1^4} + \frac{(\Delta s_2)^2}{s_1^2}} \quad (2.2) \\ \Delta V_L &= \pm 1,5 \end{aligned}$$

Somit ist die Vergrößerung der Lupe

$$V_L = (5,0 \pm 1,5)$$

2.4 Messfehler

Bei diesem Versuch entsteht der größte Messfehler durch das gleichzeitige Betrachten zweier Bilder, da das menschliche Gehirn nicht darauf ausgelegt ist, zwei Bilder gleichzeitig zu verarbeiten. Dieser Fehler kann nur abgeschätzt werden und geht zufällig in den Versuch ein, da er nur vom Versuchsdurchführenden abhängt.

Weitere Fehler entstehen durch Abbildungsfehler der Lupe, diese sind jedoch im Vergleich zum obigen Fehler klein und wurden daher vernachlässigt.

3 Messung der Vergrößerung eines Mikroskops

3.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

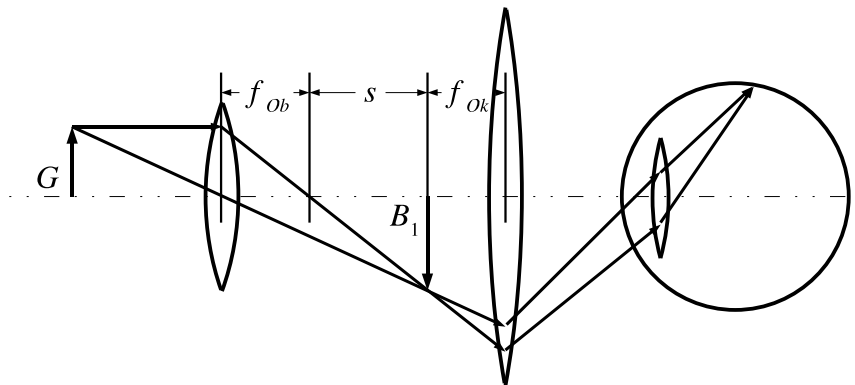


Abbildung 3.1: Lichtweg in einem Mikroskop

Bei einem Mikroskop erzeugt ein Objektiv ein vergrößertes Bild eines Gegenstandes. Dieses wird dann mit einem Okular (nach dem Prinzip einer Lupe) betrachtet. (Bild 3.1) Die Gesamtvergrößerung ist das Produkt aus den beiden Teilvergrößerungen. Die Strecke $s = f_{Ob} - b_{Ob}$ wird als optische Tubuslänge bezeichnet. Für das Bild B_1 des Objektivs gilt

$$\frac{B_1}{b_{Ob}} = \frac{G}{g} \Rightarrow V_{Ob} = \frac{B_1}{G} = \frac{b_{Ob}}{g} = b_{Ob} \left(\frac{1}{f_{Ob}} - \frac{1}{b_{Ob}} \right) = \frac{s}{f_{Ob}}$$

Für die Gesamtvergrößerung ergibt sich somit

$$V_M = V_{Ok} \cdot V_{Ob} = \frac{s \cdot S_0}{f_{Ob} \cdot f_{Ok}} \quad (3.1)$$

Die Vergrößerung des Mikroskops wurde mit zwei verschiedenen Messmethoden ermittelt. Zunächst kam das selbe Verfahren wie bei der Lupe zum Einsatz. Allerdings ist mit dem Mikroskop ein Objektmikrometer statt einem Millimetermaßstab betrachtet worden.

Um genauere Messwerte zu erhalten, wurde bei der zweiten Methode eine Messlatte mit zwei Reitern über einen halbdurchlässigen Spiegel in den Lichtweg eingeblendet.

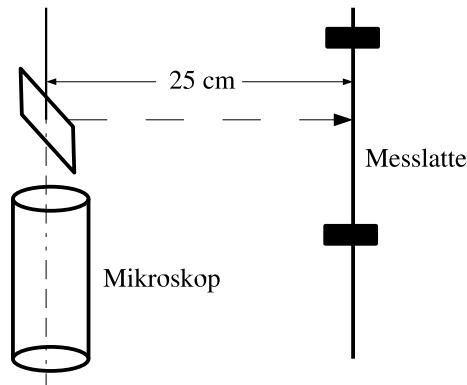


Abbildung 3.2: Einblendung der Messlatte (aus [1])

(Bild 3.2) Diese Reiter waren dann so einzustellen, dass ihr Abstand einer bestimmten Anzahl von Skalenteilen des Objektmikrometers entsprach. Der Abstand der Reiter wurde mittels eines Lineals bestimmt. Die Berechnung der Vergrößerung erfolgte analog zur ersten Methode.

Für das Mikroskop existierten mehrere Objektive. Die erste Methode war bei einem dieser Objektive anzuwenden. Mit der zweiten Methode wurde die Vergrößerung mit zwei verschiedenen Objektiven mit normalem Tubus und dann für eines der beiden Objektive mit verlängertem Tubus gemessen.

3.2 Messwerte

Bei dem verwendeten Objektmikrometer entsprach ein Skalenteil $10\ \mu\text{m}$. Für die erste Methode wurde der Fehler bei der Ablesung des Objektmikrometers auf $\pm 30\ \mu\text{m}$ und der Fehler bei der Ablesung des Millimetermaßstabes auf $\pm 3\ \text{mm}$ geschätzt. Da bei der zweiten Methode ein genaueres Ablesen möglich war, wurde der Messfehler des Objektmikrometers auf $\pm 10\ \mu\text{m}$ und der Fehler des Lineals zur Bestimmung des Abstandes der Reiter auf $\pm 1\ \text{mm}$ geschätzt.

Bei der ersten Methode entsprach eine Strecke der Länge

$$s_1 = (1,50 \pm 0,03)\ \text{mm}$$

auf dem Objektmikrometer einer Strecke

$$s_2 = (70 \pm 3)\ \text{mm}$$

auf dem Millimetermaßstab.

Mit der zweiten Methode wurde bei gleichem Objektiv wie bei der ersten Methode die Werte

$$s_1 = (1,10 \pm 0,01)\ \text{mm (Obj.-Mikrometer)}, s_2 = (58 \pm 1)\ \text{mm (Messlatte)}$$

gemessen. Darauf wurde der Tubus des Mikroskops um

$$s_x = (75 \pm 1) \text{ mm}$$

verlängert. Eine erneute Messung ergab

$$s_1 = (1,00 \pm 0,01) \text{ mm (Obj.-Mikrometer)}, s_2 = (75 \pm 1) \text{ mm (Messlatte)}$$

Abschließend wurde bei unverlängertem Tubus mit einem zweiten Objektiv das Wertepaar

$$s_1 = (2,00 \pm 0,01) \text{ mm (Obj.-Mikrometer)}, s_2 = (39 \pm 1) \text{ mm (Messlatte)}$$

ermittelt.

3.3 Auswertung

Die Vergrößerungen und deren Fehler werden mit den bereits bei der Lupe verwendeten Gleichungen (2.1) und (2.2) bestimmt.

1. Methode 1: (mit Objektiv 1 und normalem Tubus)

$$V_{Obj1} = (46,7 \pm 2,2)$$

2. Methode 2:

- a) Objektiv 1 und normaler Tubus

$$V'_{Obj1} = (52,7 \pm 1,0)$$

- b) Objektiv 1 und um $s_x = (75 \pm 1) \text{ mm}$ verlängerter Tubus

$$V'_{Obj1*} = (75,0 \pm 1,3)$$

- c) Objektiv 2 und normaler Tubus

$$V'_{Obj2} = (19,50 \pm 0,51)$$

Die Vergrößerungen V_{Obj1} und V'_{Obj1} sind nicht innerhalb ihrer Messfehler miteinander zu vereinbaren. Dies liegt an weiteren Fehlern, die weiter unten besprochen werden.

Die optische Tubuslänge für das Objektiv 1 wird aus den Vergrößerung V'_{Obj1} und V'_{Obj1*} berechnet. Nach Gleichung (3.1) gilt

$$V_M = s \frac{V_{Ok}}{f_{Ob}} \Rightarrow \frac{V'_{Obj1}}{s} = \frac{V'_{Obj1*}}{s + s_x} \Rightarrow s = s_x \frac{V'_{Obj1}}{V'_{Obj1*} - V'_{Obj1}}$$

Für den Fehler der optischen Tubuslänge ergibt sich

$$\Delta s = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial s_x}\right)^2 (\Delta s_x)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial V'_{Obj1}}\right)^2 (\Delta V'_{Obj1})^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial V'_{Obj1*}}\right)^2 (\Delta V'_{Obj1*})^2}$$

$$(\Delta s)^2 = \left(\frac{V'_{Obj1}}{V'_{Obj1*} - V'_{Obj1}}\right)^2 (\Delta s_x)^2 + s_x^2 \frac{(2V'_{Obj1} - V'_{Obj1*})^2 (\Delta V'_{Obj1})^2 + (V'_{Obj1})^2 (\Delta V'_{Obj1*})^2}{(V'_{Obj1*} - V'_{Obj1})^4}$$

Nach diesen beiden Gleichungen beträgt die optische Tubuslänge für Objektiv 1

$$s = (177 \pm 12) \text{ mm}$$

Dieser Wert war mit den geometrischen Abmessungen des Mikroskops zu vereinbaren.

3.4 Messfehler

Durch das Einblenden einer Messlatte in den Lichtweg konnte der Ablesefehler bei Methode 1 erheblich reduziert werden. Allerdings waren die Messwerte aus beiden Methoden nicht miteinander vereinbar. Dies hängt damit zusammen, dass die Messwerte von zwei verschiedenen Personen aufgenommen wurden, wobei einer der Experimentatoren eine Brille trug. Durch diese erschien dem einen Experimentator eine andere Gegenstandsweite (Objektiv - Objektmikrometer) als „scharf“. Die Gegenstandsweite beeinflusst jedoch auch die Größe der Abbildung durch das Mikroskop. Weiterhin war der Fehler bei Methode 1 nur schwer abschätzbar und kann durchaus größer als angenommen sein.

4 Eichung einer Okularskala und Ausmessen eines Objektes

4.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

Mit Hilfe der Okularskala wurde der Durchmesser einer Bohrung bestimmt. Zunächst musste die Okularskala mit dem Objektmikrometer geeicht werden. Dazu war eine bestimmte Anzahl von Skalenteilen auf dem Objektmikrometer (Strecke x) mit einer entsprechenden Anzahl Skalenteile der Okularskala (n) zu vergleichen. Der Maßstab der Okularskala konnte dann mit

$$m = \frac{x}{n} \quad (4.1)$$

berechnet werden. Mit der geeichten Okularskala wurde der Durchmesser der Bohrung ermittelt.

4.2 Messwerte

Zur Kalibrierung der Okularskala wurde das geeichte Objektmikrometer mit $10 \mu\text{m}/\text{Skalenteil}$ benutzt. Der Fehler der Strecke auf dem Objektmikrometer ist daher mit $\pm 10 \mu\text{m}$ angenommen worden. Bei der Okularskala wurde die Genauigkeit auf ± 1 Skalenteil geschätzt. Eine Strecke von

$$x = (0,90 \pm 0,01) \text{ mm}$$

auf dem Objektmikrometer entsprach

$$n = (67 \pm 1) \text{ Skalenteile}$$

des Okularmikrometers.

Es wurde festgestellt, dass die Bohrung nicht gleichmäßig rund ist. Daher sind zwei senkrecht aufeinander stehende Messungen des Durchmessers vorgenommen worden. Der Durchmesser der Bohrung entsprach

1. $n_1 = (35 \pm 1) \text{ Skalenteile}$

2. $n_2 = (30 \pm 1) \text{ Skalenteile}$

der Okularskala.

4.3 Auswertung

Entsprechend Gleichung 4.1 erhält man für den Maßstab der Okularskala

$$m = \frac{x}{n} = \frac{0,90 \text{ mm}}{67 \text{ Skalenteile}} = 0,013433 \text{ mm/Skalenteil}$$

Für den Fehler gilt

$$\Delta m = \pm \sqrt{\frac{(\Delta x)^2}{n^2} + \frac{x^2 \cdot (\Delta n)^2}{n^4}} = \pm 0,00025 \text{ mm/Skalenteil}$$

Zusammengefasst ist der Maßstab der Okularskala also

$$m = (13,43 \pm 0,25) \text{ } \mu\text{m/Skalenteil}$$

Der Durchmesser d_1 der Bohrung errechnet sich zu

$$\begin{aligned} d_1 &= n_1 \cdot m = 0,47005 \text{ mm} \\ \Delta d_1 &= \pm \sqrt{m^2 \cdot (\Delta n_1)^2 + n_1^2 \cdot (\Delta m)^2} = \pm 0,016 \text{ mm} \end{aligned}$$

Mit analoger Berechnung für d_2 sind die beiden Durchmesser mit

$$\begin{aligned} d_1 &= (0,470 \pm 0,016) \text{ mm} \\ d_2 &= (0,403 \pm 0,015) \text{ mm} \end{aligned}$$

ermittelt. Der Mittelwert der beiden Durchmesser ist

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = 0,4365 \text{ mm} \\ \Delta \bar{d} &= \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\Delta d_1)^2 + \frac{1}{4} (\Delta d_2)^2} = \pm 0,011 \text{ mm} \end{aligned}$$

Der Durchmesser der Bohrung beträgt damit

$$\bar{d} = (0,437 \pm 0,011) \text{ mm}$$

4.4 Messfehler

Neben den in der Auswertung bereits betrachteten Fehlern können noch zufällige Fehler durch nicht richtiges „scharf“-stellen während des Eich- und Messvorgangs auftreten.

5 Aperturwinkel und Auflösungsvermögen eines Mikroskops

5.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

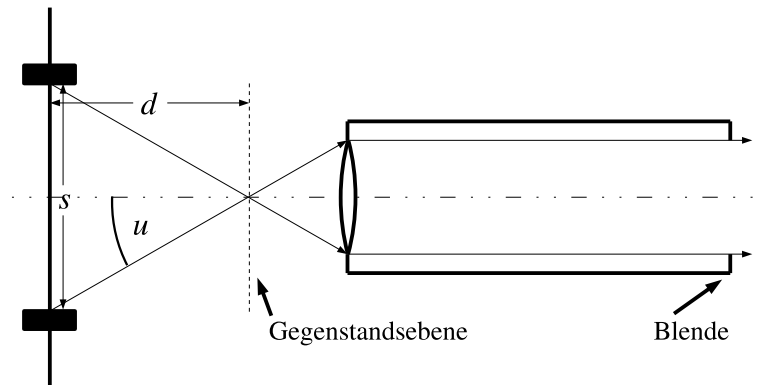


Abbildung 5.1: Messung des Aperturwinkels (aus [1])

Der Aperturwinkel u eines Mikroskops ist der größte Winkel, den ein Lichtbündel vom zu beobachtenden Gegenstand zur optischen Achse haben darf, um gerade noch zur Abbildung durch das Mikroskop beitragen zu können. Zur Bestimmung des Aperturwinkels wurde das Mikroskop scharf auf ein Objekt (wie z.B. das Objektmikrometer) eingestellt, um die Gegenstandsebene festzulegen. Nachdem das Objektiv durch eine Blende ersetzt wurde, das Mikroskop gekippt und der Beleuchtungsspiegel entfernt war, sind die Reiter auf der Messlatte so verschoben worden, dass ihre Bilder gerade nicht mehr zu sehen waren. Aus den beiden Größen s und d wurde der Aperturwinkel mit

$$\sin u = \frac{s}{2d} \quad (5.1)$$

berechnet. Die numerische Apertur ist mit

$$n_u = n \sin u = \frac{n \cdot s}{2d} \quad (5.2)$$

definiert. Die Zahl n gibt hierbei den Brechungsindex des Mediums zwischen Objektiv und Objekt an. In diesem Fall ist das Medium Luft, daher kann $n = 1$ gesetzt werden. Die numerische Apertur hat eine große Bedeutung für das Auflösungsvermögen eines Mikroskops.

Im Versuch wurde der Aperturwinkel von zwei verschiedenen Objektiven bestimmt.

Das Auflösungsvermögen eines Mikroskops ist der Kehrwert des kleinsten Abstandes von zwei Lichtpunkten eines Objekts, die man noch unterscheiden kann. Dieser kleinste Abstand, den zwei Punkte haben dürfen kann mit Hilfe von Beugung und Interferenz erklärt und berechnet werden. Hierzu soll ein Interferenzgitter mit der Gitterkonstanten d betrachtet werden. Das Beugungsmaxima 0.Ordnung tritt unter dem Winkel $\alpha = 0^\circ$ auf. Daher wird es immer vom Objektiv aufgenommen. Dieses Bündel enthält jedoch keinerlei Informationen über die Struktur des Gitters. Das Beugungsmaxima 1.Ordnung tritt unter dem Winkel $\sin \alpha = \lambda/d$ auf. Dieses Lichtbündel enthält die Informationen über die Struktur des Gitters. Da die Wellenlänge λ von dem Medium in dem sich das Licht ausbreitet abhängt, wird $\lambda = \lambda_0/n$ gesetzt:

$$n \sin \alpha = \frac{\lambda_0}{d}$$

Jetzt ist ersichtlich, dass das Lichtbündel nicht mehr zur Abbildung beitragen kann, wenn λ_0/d größer als die numerische Apertur des Objektivs wird. In diesem Fall geht die Information über die Struktur des Gitters verloren. Somit kann das Gitter nicht mehr als Gitter, sondern nur noch als heller Fleck abgebildet werden. Durch Umstellen erhält man für das Auflösungsvermögen

$$\frac{1}{d} = \frac{n \sin u}{\lambda_0} = \frac{n \cdot s}{2d \cdot \lambda_0}$$

Aus der numerischen Apertur war das Auflösungsvermögen für die zwei Objektive bei der Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$ zu berechnen. Das Auflösungsvermögen des Mikroskops

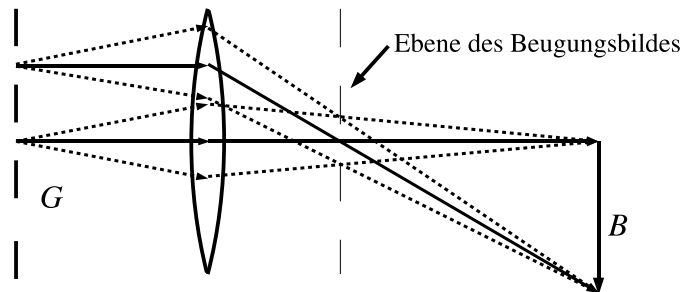


Abbildung 5.2: Entstehung des Beugungsbildes des Gitters im Mikroskop (nur Objektiv dargestellt, gestrichelte Linien Maxima 1.Ordnung)

wurde nur qualitativ untersucht. Hierzu kam ein Mikroskop mit Diskussionstubus (damit zwei Personen gleichzeitig beobachten konnten) mit je einem Binokularaufsatz zum Einsatz. In einem Tubus des Binokulars befand sich ein normales Okular, mit dem das Bild B des Gitters betrachtet werden konnte. In dem zweiten Tubus des Binokularaufsatzes war ein Hilfsmikroskop zur Beobachtung des Beugungsbildes eingesetzt. (vgl. Bild 5.2) Das Beugungsbild entsteht durch Interferenz der Lichtwellen des Gitters vor dem

Bild des Gitters im Mikroskop. Genau in dieser Ebene war eine verstellbare Blende eingebaut. Durch diese konnten die Beugungsmaxima ausgeblendet werden (Beeinflussung der numerischen Apertur). Das Objekt (Interferenzgitter) wurde mit einer Leuchte, deren Lichtbündel durch Farbfilter und eine zweite Blende beeinflusst werden konnten, beleuchtet. Zunächst musste die Anordnung justiert werden. Dazu wurde das Objekt entfernt, beide Blenden ganz geöffnet und das Hilfsmikroskop so eingestellt, dass die Blende 2 scharf zu sehen war. Nachdem diese wieder eng gestellt war wurde das Gitter wieder unter das Mikroskop gelegt. Das Mikroskop ist jetzt so justiert worden, dass das Gitter mit dem normalen Okular betrachtet werden konnte. Der Einfluss verschiedener Wellenlängen und verschiedener numerischer Aperturen auf das Auflösungsvermögen wurde analysiert.

5.2 Messwerte

Die zur Berechnung des Aperturwinkels nötigen Strecken werden mit einem Lineal gemessen. Der Fehler beträgt daher ± 1 mm. In beiden Fällen ist das Medium zwischen Objektiv und Gegenstand Luft und deshalb $n = 1$

1. Objektiv 1 (10:1):

$$d = (234 \pm 1) \text{ mm}, s = (127 \pm 1) \text{ mm}$$

2. Objektiv 2 (4:1):

$$d = (234 \pm 1) \text{ mm}, s = (40 \pm 1) \text{ mm}$$

Bei der qualitativen Untersuchung des Auflösungsvermögens wurde festgestellt, dass die Struktur des Gitters genau dann nicht mehr erkennbar ist, wenn die Beugungsmaxima 1.Ordnung mit der Blende im Mikroskop (1) ausgeblendet werden. Um die Abhängigkeit von der Wellenlänge zu untersuchen wurde die Blende 1 so eingestellt, dass bei rotem Licht die Struktur gerade verschwindet, die Maxima 1.Ordnung also gerade ausgeblendet werden. Wird jetzt der rote Farbfilter entfernt und gegen einen grünen Farbfilter ausgetauscht, so ist die Struktur wieder zu erkennen und im Hilfsmikroskop erscheinen wieder die Beugungsmaxima 1.Ordnung.

5.3 Auswertung

Aus den Messwerten wird mit Hilfe von (5.1) und (5.2) der Aperturwinkel und die numerische Apertur ermittelt. Für den Aperturwinkel wird auf eine Fehlerrechnung verzichtet, da dieser alleine nur geringe Aussagekraft über das Auflösungsvermögen hat.

Für Objektiv 1 wird exemplarisch eine Rechnung durchgeführt.

$$\begin{aligned} u &= \arcsin\left(\frac{s}{2d}\right) = 15,7^\circ \\ n_u &= \frac{n \cdot s}{2d} = 0,2714 \\ \Delta n_u &= \pm \sqrt{\frac{(\Delta s)^2}{4d^2} + \frac{s^2 \cdot (\Delta d)^2}{4d^4}} = \pm 0,0024 \end{aligned}$$

Als Ergebnis erhält man somit

1. Objektiv 1 (10:1):

$$\begin{aligned} u &= 15,7^\circ \\ n_u &= (0,2714 \pm 0,0024) \end{aligned}$$

2. Objektiv 2 (4:1):

$$\begin{aligned} u &= 4,9^\circ \\ n_u &= (0,0855 \pm 0,0022) \end{aligned}$$

Aus der numerischen Apertur wird das Auflösungsvermögen für $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$ berechnet. Exemplarisch für das Objektiv 1:

$$\begin{aligned} \frac{1}{d} &= \frac{n_u}{\lambda_0} = 493,5 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1} \\ \Delta \frac{1}{d} &= \pm \sqrt{\frac{(\Delta n_u)^2}{\lambda_0^2}} = \pm \frac{\Delta n_u}{\lambda_0} = \pm 4,4 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

Für das Auflösungsvermögen der beiden Objektive ergibt sich somit

1. Objektiv 1 (10:1):

$$\frac{1}{d} = (493,5 \pm 4,4) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

2. Objektiv 2 (4:1):

$$\frac{1}{d} = (155,5 \pm 4,0) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

Bei der qualitativen Untersuchung der Abhängigkeiten des Auflösungsvermögens wurde zunächst festgestellt, dass das Auflösungsvermögen proportional zur numerischen Apertur ist. Die numerische Apertur kann zum einen durch die Konstruktion des Objektivs und durch das Medium zwischen Objektiv und Objekt beeinflusst werden. So kann zum Beispiel durch Aufbringen von Öl zwischen Gegenstand und Objektiv die numerische Apertur vergrößert werden. Zur Wellenlänge des verwendeten Lichtes ist das Auflösungsvermögen indirekt proportional.

5.4 Messfehler

Bei dem Versuch traten neben den Messfehlern für s und d nur noch zufällige vom Experimentator abhängige Messfehler auf. Zwar ist der Brechungsindex der Luft sowohl vom Druck, als auch von der Temperatur der Luft abhängig, da aber diese für die Zeit der Versuchsdurchführung als hinreichend konstant angesehen werden konnten, ist deren Einfluss auf das Messergebnis vernachlässigbar klein.

6 Aufbau eines Fernrohres

6.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Der letzte Teil des Versuchs 21 beschäftigt sich mit dem Aufbau eines astronomischen und terrestrischen Fernrohres. Ein Fernrohr dient zum Vergrößern eines weit entfernten Gegenstandes. Ein wichtiges Merkmal eines Fernrohres ist die Größe des Gesichtsfeldes. Das ist der Bereich in der Gegenstandsebene, den man mit einem Fernrohr betrachten kann.

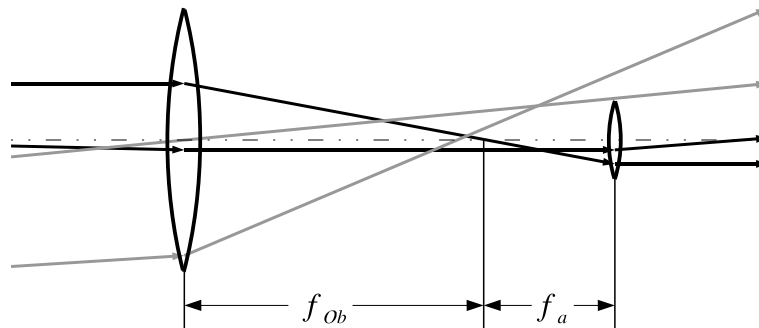


Abbildung 6.1: Lichtweg in einem Fernrohr. Die grauen Lichtstrahlen zeigen den Lichtweg von Punkten außerhalb des Gesichtsfeldes.

Das astronomische Fernrohr besteht im Prinzip aus einem Objektiv und aus einer Augenlinse (Bild 6.1). Beide Linsen sind hierbei Sammellinsen und der bildseitige Brennpunkt des Objektivs und der gegenstandsseitige Brennpunkt der Augenlinse fallen zusammen. Dadurch ist das Bild seitenverkehrt. Die Vergrößerung des Fernrohr ergibt sich wiederum aus den Winkeln, mit denen die Lichtstrahlen in das Fernrohr eintreten und wieder verlassen. Es gilt

$$V_F = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_F} = \frac{f_{Ob}}{f_a}$$

Das astronomische Fernrohr hat mit diesem Aufbau ein relativ kleines Gesichtsfeld. Dies ist an den grau eingezeichneten Lichtstrahlen, die die Augenlinse nicht mehr treffen, zu erkennen. Um das Gesichtsfeld zu vergrößern wird eine dritte Sammellinse, die sogenannte Feldlinse, in das Fernrohr eingebaut (Bild 6.2 und 6.3). Mit dieser können auch Abbildungsfehler korrigiert werden. Die Augenlinse und die Feldlinse werden zusammengefasst als Okular bezeichnet.

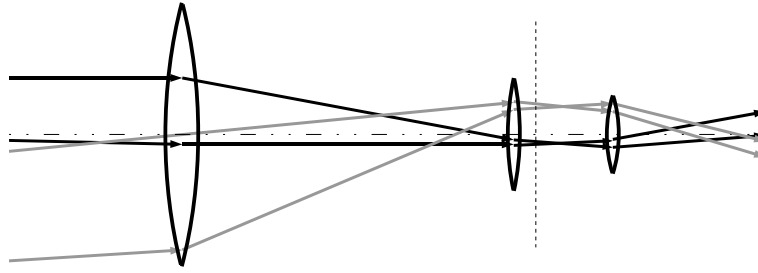


Abbildung 6.2: Veränderter Lichtweg mit Feldlinse. Hier ein Huygens-Okular, bei dem das reelle Zwischenbild im Okular entsteht

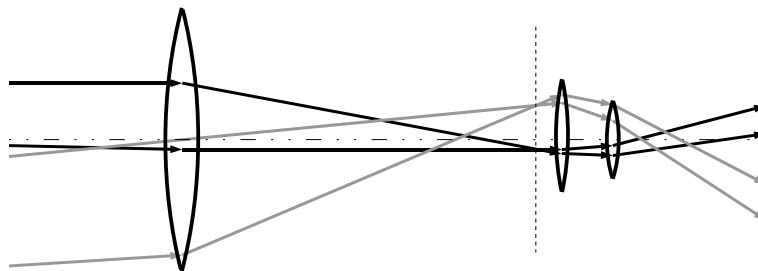


Abbildung 6.3: Ramsden-Okular. Das reelle Zwischenbild entsteht zwischen Okular und Objektiv

Im Versuch ist ein astronomisches Fernrohr ohne und mit Feldlinse und mit einem kommerziellen Okular aufgebaut und miteinander verglichen worden. Der Typ des Okulars wurde bestimmt.

Beim terrestrischen Fernrohr wird für die Augenlinse eine Zerstreuungslinse eingesetzt. Dadurch ist das Bild nicht mehr seitenverkehrt und die Abmessungen des Fernrohrs sind kleiner. Der in Bild 6.4 gezeigte Aufbau eines terrestrischen Fernrohrs wird heute jedoch kaum noch verwendet, da er ungünstig in Bezug auf Abbildungsfehler ist und ein kleines Gesichtsfeld hat.

Im Versuch wurde ein terrestrisches Fernrohr aufgebaut.

6.2 Messwerte

Beim astronomischen Fernrohr war das Bild seitenverkehrt. Mit eingesetzter Feldlinse war das Gesichtsfeld größer als ohne Feldlinse. Das qualitativ beste Bild wurde mit dem kommerziellen Okular erreicht. Dieses konnte nicht als Lupe verwendet werden.

Das Bild des terrestrischen Fernrohrs war nicht seitenverkehrt, das Gesichtsfeld aber klein.

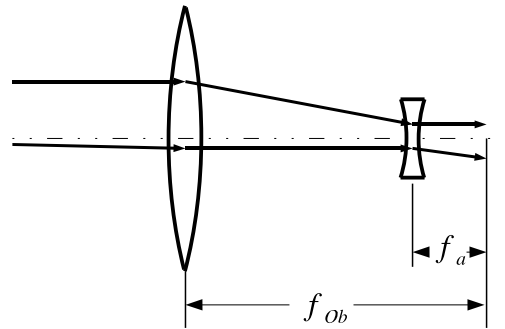


Abbildung 6.4: Prinzipielle Funktionsweise des terrestrischen Fernrohrs

6.3 Auswertung

Mit dem astronomischen Fernrohr konnte ein vergrößertes jedoch seitenverkehrtes Bild erzeugt werden. Das kleine Gesichtsfeld konnte durch eine Feldlinse vergrößert werden. Durch Ersetzen der Feld- und Augenlinse durch ein kommerzielles Okular wurde die beste Darstellungsqualität erreicht. Das Okular selbst ist vom Huygens-Typ, da das Okular nicht als Lupe verwendet werden konnte (Beim Huygens-Okular liegt das reelle Zwischenbild in dem Okular).

Das terrestrische Fernrohr lieferte, wie erwartet, ein nicht seitenverkehrtes Bild. Das Gesichtsfeld war hier jedoch relativ klein.

6.4 Messfehler

Da in dem Versuchsteil nur qualitativ untersucht wurde, wird auf eine Fehlerbetrachtung verzichtet.

Literaturverzeichnis

- [1] W. Ossau. *Praktikumsanleitung Kurs 1, Teil 2 (Diplom)*. Würzburg, 2003/2004.
- [2] W. Zinth and H.-J. Körner. *Physik III*. Oldenbourg, München, 1998.

A Kopien Original Protokoll

B Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere hiermit durch meine Unterschrift, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe angefertigt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Ort, Datum

Andreas Messer