

Röntgenstrahlung

Andreas Messer und Michael Wießner

Beim vorliegenden Praktikumsversuch zur Röntgenstrahlung konnte mit einem relativ einfachen Aufbau gute Erkenntnisse über die Lage von Energieniveaus in unterschiedlichen Anodenmaterialien erzielt werden. Darüber hinaus konnte aus den Messwerten die Planck-Konstante, Compton-Wellenlänge und Rydbergenergie bestimmt werden. Mit dem Laue-Verfahren wurde die Röntgenstrahlung zur Strukturuntersuchung an einem LiF-Kristall verwendet.

Versuchsdurchführung: 04. September 2006

Protokollabgabe: 07. September 2006

I. EINLEITUNG

Die Bedeutung von Röntgenstrahlen in den Naturwissenschaften und Medizin ist unbestritten, seit ihrer Entdeckung 1895 durch Wilhelm Conrad Röntgen sind mit diesen viele neue Erkenntnisse in den unterschiedlichsten Bereichen erlangt worden. 1912 konnte Laue die Wellennatur der neuentdeckten Röntgenstrahlen durch Beugung an Kristallgittern nachweisen. Im darauf folgenden Jahr entwickelte Bragg die Theorie der Kristallstrukturbestimmung, eine der wichtigsten Methoden zur Bestimmung der Feinstruktur von Materie[1].

Der Praktikumsversuch unterteilte sich in verschiedene Experimente, zum einen wurden Röntgenspektren für verschiedene Anodenmaterialien (Kupfer, Eisen und Molybdän) aufgenommen. Die charakteristischen Linien (K_α, K_β) geben dabei Aufschluss über die Lage der Energieniveaus in den verschiedenen Atomen und können mit den theoretischen Werten verglichen werden. Durch die Messung bei verschiedenen Anodenspannungen U_A konnte das Gesetz von Duane-Hunt bestätigt werden und das Plancksche Wirkungsquantum auf $h = (6,84 \pm 0,26) \cdot 10^{-34} Js$ bestimmt werden. Durch die Messung mit verschiedenen Anodenmaterialien konnten wir das Moseley-Gesetz bestätigen, sowie die Rydbergenergie auf $R_\infty = (13,96 \pm 0,50)eV$ und die Abschirmung der K-Schale $\sigma = 1,72 \pm 0,14$ bestimmen.

Ein weiterer Teil des Praktikums war ein Experiment zur Bestimmung der Compton-Wellenlänge durch die wellenlängenabhängige Absorption von Cu-Röntgenstrahlung in Aluminium, wobei wir zum Ergebnis $\lambda_c = (2,8 \pm 1,0)pm$ gelangt sind. Im letzten Teil wurde ein Laue-Bild eines LiF-Kristalls auf einen Polaroidfilm aufgenommen. Nach der Korrektur geometrischer Abweichungen konnten die einzelnen Reflexe des Beugungsbildes den beugenden Kristallebenen zugeordnet werden.

II. THEORIE

Die Röntgenstrahlen werden mit einer klassischen Röntgenröhre erzeugt. In einer evakuierten Glasröhre werden aus einer Heizkathode durch Glühemission Elektronen freigesetzt, die dann von einer Hochspannung U_A zur Anode hin beschleunigt werden. Beim Auftreffen auf das Anodenmaterial führen zwei Mechanismen zur Ausendung von Röntgenstrahlung. Zum einen werden die Elektronen im Coulombfeld der Atomkerne abgelenkt und emittieren Strahlung, woraus sich das kontinuierliche Röntgenspektrum zusammensetzt. Die dabei maximal emittierte Energie der Strahlung kann die kinetische Energie der Elektronen nicht übersteigen, das Duane-Hunt-Gesetz[6] besagt genau dies:

$$eU_A = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} \quad (1)$$

Der zweite Mechanismus führt zum charakteristischen Röntgenspektrum: Die auftreffenden Elektronen können Rumpfelektronen in der Anode in unbesetzte Zustände bringen. Die nun unbesetzten energetisch tiefliegenden Zustände können anderen Elektronen aufgefüllt werden. Bei diesen Übergängen entsteht die charakteristische Strahlung im Röntgenspektrum. Die Lage dieser Peaks lässt sich mit Hilfe des Moseley-Gesetz berechnen[2]:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} (Z - \sigma)^2 \frac{1}{n^2}, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

Der Vorfaktor $R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13,6eV$ wird oft auch als Rydbergenergie bezeichnet. Die Übergänge in den Zustand $n=0$ wird mit K, in $n=1$ mit L, etc. bezeichnet; der Ausgangszustand n' wird mit einem griechischen Index bezeichnet, für $n'=n+1$ z.B. mit X_α . Durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung sind die verschiedenen Niveaus energetisch aufgespalten, das L-Niveau in drei, das M-Niveau in fünf unterschiedliche Energien. Im Experiment sind nur die Übergänge von ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}(K_{\alpha 2})$ und ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}(K_{\alpha 1})$ von Bedeutung.

Beim Durchgang von Strahlung durch Materie wird

deren Intensität geschwächt, für diese Absorption gilt:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu(\lambda)x} \quad (3)$$

Hierbei ist $\mu(\lambda)$ der Absorptionskoeffizient - für abnehmende Wellenlänge/zunehmende Energien nimmt der Absorptionskoeffizient ab, für bestimmte materialabhängige Wellenlängen nimmt er wieder sprunghaft zu. Immer wenn die Energie der Photonen groß genug werden, um Elektronen in immer stärker gebundenen Zuständen anzuregen, entstehen Absorptionskanten im Spektrum.

Weiterhin werden Photonen an schwach gebundenen Elektronen inelastisch gestreut, die Energieabnahme der Photonen ist nur vom Streuwinkel abhängig [4]:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\Theta) \quad (4)$$

Diese Energieabnahme wird auch als Compton-Effekt bezeichnet, $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \text{ pm}$ als Comptonwellenlänge, die in Teil F bestimmt wird. Zur strukturellen Untersuchung eines LiF-Kristall wurde die Röntgenstrahlung beim Laue-Verfahren eingesetzt. Für die Reflexion an den Kristallebenen gilt die Bragg-Bedingung [3]:

$$2d_{hkl} \sin\Theta = n\lambda \quad (5)$$

mit

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

a ist die Gitterkonstante, (hkl) die Millerschen Indizes und Θ der Streuwinkel. Allerdings treten nicht alle Reflexe auf, da für LiF (fcc) der Strukturfaktor in der Streuamplitude nur für

$$\begin{aligned} h, k, l & \text{ gerade und} \\ h, k, l & \text{ ungerade} \end{aligned}$$

nicht verschwindet.

III. EXPERIMENT

Alle Versuchsteile wurden mit der Versuchseinheit der Firma PHYWE durchgeführt. Zur Erzeugung der Röntgenstrahlen stehen auswechselbare Röhren mit unterschiedlichen Anoden zur Verfügung (Cu, Fe und Mo). Die Anodenspannung kann im Bereich von 11 - 35 kV variiert werden, der Anodenstrom von 0,1 - 1 mA. An die Öffnung der Röhre können verschieden Aperturen und Filter montiert werden, um Eigenschaften des Strahles verändern zu können. In den Versuchsteilen A bis D wurden die Spektren der verschiedenen Anoden mit dem Drehkristallverfahren (auch $\Theta - 2\Theta$ -Scan) aufgenommen. Auf dem Goniometer der Versuchseinheit war dazu ein LiF-Einkristall (Gitterkonstante $a = 4,028 \text{ \AA}$) montiert, dessen Winkel zum Strahl Θ ist. Auf dem Arm des Goniometers war ein Detektor montiert, wobei dieser automatisch mit dem Winkel 2Θ , laut der Bragg-Bedingung, mitbewegt wurde. Die kleinste Winkeländerung $\Delta\Theta = 0,1^\circ$

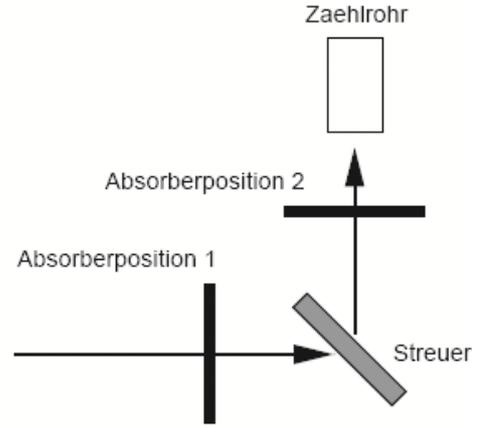


Abb. 1: Aufbau des Experiments zur Bestimmung der Comptonwellenlänge aus [2]

begrenzt bei dieser Methode das Auflösungsvermögen auf $\Delta\lambda = \frac{2d_{hkl} \sin(\Delta\Theta)}{n}$. Um dieses zu verbessern, kann man die Spektren in höheren Ordnungen n aufnehmen, wie es für Versuchsteil D erfolgte. Der Detektor der Versuchseinheit ist ein Geiger-Müller-Zählrohr, dessen maximales Ansprechverhalten bei Photonen mit 50 keV liegt [2]. Bei hohen Zählraten muss die für ein Zählrohr typische Totzeit τ_{tot} beachtet werden, wodurch weniger Ereignisse N' gezählt werden als tatsächlich Ereignisse N auftreten. Die Korrektur [2]:

$$N = \frac{N'}{1 - N'\tau_{tot}} \quad (6)$$

Für das eingesetzte Zählrohr ist die Totzeit $\tau_{tot} = 90 \mu\text{s}$. In der Auswertung sind deshalb alle angegebenen Intensitäten, soweit nicht anders angegeben, totzeitkorrigiert. Die Zählraten sind poissonverteilt, so dass der Fehler, der bei den Messungen unvermeidbar auftritt, mit \sqrt{N} .

Die Versuchseinheit ist mit einem Rechner verbunden, der zum einen Anodenspannung und -strom sowie die Winkel Θ und 2Θ variieren kann, zum anderen kann dieser die winkelabhängigen Intensitätsverteilungen aufzeichnen.

Für die Bestimmung der Comptonwellenlänge wurde der Messaufbau wie in Abbildung 1 verwendet. Das Zählrohr war dabei unter einem Winkel von 90° zum Strahl fest, ein Kunststoffstreuer war unter einem Winkel von 135° zum Strahl auf dem Goniometertisch installiert, außerdem konnte ein Aluminium-Absorber vor und nach dem Streuer installiert werden. Durch die wellenlängenabhängige Absorption des Aluminiums kann die Verschiebung der Wellenlänge durch den Comptoneffekt durch die unterschiedlich starken Intensitäten gemessen werden. Da für den Streuwinkel von 90° der Winkelterm eins ergibt, erhält man daraus die Comptonwellenlänge. Der letzte Teil des Versuchs bestand in der Aufnahme eines Laue-Bildes des LiF-Kristalls. Der Kristall wurde direkt vor die Mo-Röntgenröhre montiert und die Goniometer-einheit durch einen Polaroid-Film ersetzt. Das Laue-Bild

wurde dann 30 min lang belichtet und anschließend entwickelt.

IV. AUSWERTUNG

A. Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer

Im diesem Versuchsteil wurde ein Röntgenspektrum der Cu-Anode mittels oben beschriebenen Θ - 2Θ -Scan durchgeführt. Die Röntgenröhre wurde dafür mit einer Anodenspannung von $U_A = 35\text{kV}$ und einem Anodenstrom von $I_A = 1\text{mA}$ betrieben, wobei der Strahl von durch eine 1mm-Apertur verengt wurde. Der Analysator wurde in einem Bereich von $\Theta = 3^\circ \dots 55^\circ$ in Schritten von $\Delta\Theta = 0,1^\circ$ gedreht, wobei immer eine Integrationszeit von 2 s gewählt wurde. Das Spektrum ist in Abbildung 2 abgebildet. Anschließend wurde die Apertur durch einen Nickelfilter ersetzt, und mit den gleichen Parametern ein Spektrum aufgenommen. Die experimentell bestimmten Energien der charakteristischen Wellenlängen sind in Tabelle I dargestellt. Wie man sieht, stimmen diese im Rahmen ihrer Fehler mit den berechneten Werten aus [2] überein. Als Fehlerquellen treten hier die auf $\Delta\Theta = 0,1^\circ$ große Unsicherheit bei der Bestimmung des Glanzwinkels mit dem Goniometer und dessen Eichung. Für den eingesetzten Ni-Filter ist die erwartete starke Absorption des K_β -Peaks gut in Abbildung 8 zu sehen, da die Energie dieser Linie ($E = 8,91\text{kV}$) in der Nähe der Ionisationsenergie des K-Niveaus von Nickel ($E = 8,33\text{keV}$) liegt. Die K_α -Linie ($E = 8,05\text{keV}$) kann diesen Übergang nicht anregen, und wird deshalb auch nicht absorbiert; durch die unterschiedlichen Aperturen sind die Intensitäten der K_α -Linie allerdings nicht vergleichbar. Für die Intensitäten ergaben sich folgende Werte:

mit 1mm-Apertur:

$$\begin{aligned} I(K_\alpha) &= (2948 \pm 54)\text{Imp/s} \\ I(K_\beta) &= (628 \pm 25)\text{Imp/s} \\ \Rightarrow \frac{I(K_\beta)}{I(K_\alpha)} &= (21,30 \pm 0,93)\% \end{aligned}$$

mit Ni-Filter:

$$\begin{aligned} I(K_\alpha) &= (4447 \pm 67)\text{Imp/s} \\ I(K_\beta) &= (135 \pm 12)\text{Imp/s} \\ \Rightarrow \frac{I(K_\beta)}{I(K_\alpha)} &= (3,03 \pm 0,27)\% \end{aligned}$$

In der Literatur [1] beträgt die Intensität der K_β -Linie 20% der Intensität der K_α -Linie, für den Nickelfilter hat die relative Intensität erkennbar abgenommen.

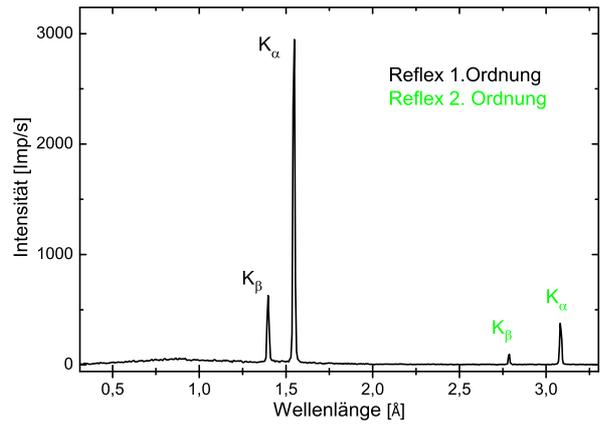


Abb. 2: Röntgenspektrum der Kupferanode

Linie (Ordnung)	Energie [eV]	
	experimentell	theoretisch
K_α (n=1)	8009 ± 36	8048
K_β (n=1)	8872 ± 210	8905
K_α (n=2)	8048 ± 18	8048
K_β (n=2)	8895 ± 23	8905

Tabelle I: Vergleich der experimentellen Ergebnisse der charakteristischen Linien von Kupfer mit theoretischen Vorhersagen

B. Intensität charakteristischer Strahlung als Funktion von Anodenstrom- und Spannung, Duane-Hunt und das Plancksche Wirkungsquantum

In diesem Versuchsteil sollte die Abhängigkeit von Anodenstrom und -spannung auf das emittierte Röntgenspektrum untersucht werden und die Proportionalität [2]

$$I_K \propto I_A \times (U_A - U_K)^{3/2} \quad (7)$$

bestätigt werden. Dafür wurden die Parameter laut Tabelle II variiert.

U_A	I_A	Bereich	Integ.zeit
35 kV	0,1,0,2,...,1,0 mA	$19^\circ, \dots, 24^\circ$	2s
11,13,...35 kV	1mA	$3^\circ, \dots, 24^\circ$	2s

Tabelle II: Versuchsparameter für Versuchsteil B

In Abbildung 3 ist die lineare Abhängigkeit vom Anodenstrom offensichtlich gut in Übereinstimmung mit der Theorie - ein höherer Strom führt zu mehr Elektronen, die mehr Photonen erzeugen, so dass die Intensität linear zunimmt. Die Abhängigkeit von der Anodenspannung sieht man gut in der Auftragung der Intensität über $(U_A - U_K)^{3/2}$ in Abbildung 4 Die Übereinstimmung mit (7) ist bis auf den Wert bei $U_A = 35\text{kV}$ offensichtlich. Die Abweichung hat aber wahrscheinlich eine experimentelle Ursache, es könnte sein, dass an der

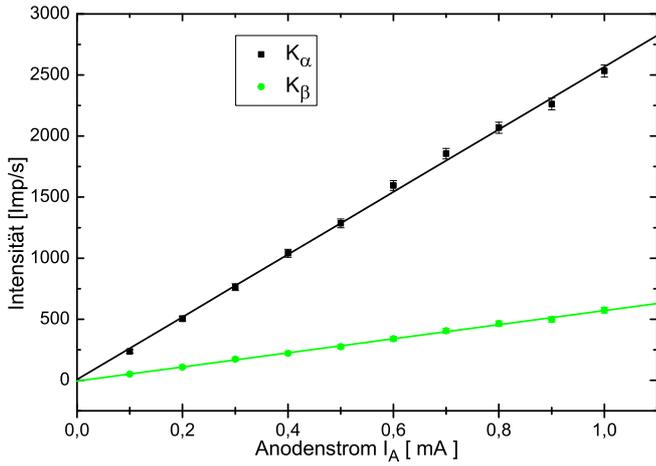


Abb. 3: Intensität der Cu K_{α} - und K_{β} -Linie in Abhängigkeit des Anodenstroms

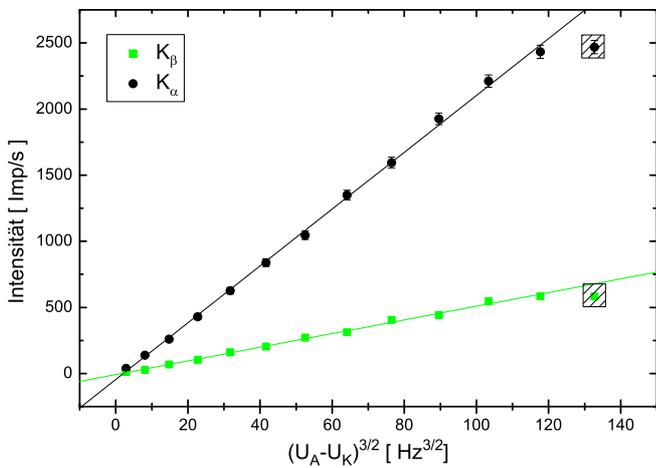


Abb. 4: Intensität der Cu K_{α} - und K_{β} -Linie in Abhängigkeit der Anodenspannung

Röntgenröhre nicht die volle Spannung von 35kV anliegt. Aus den Spektren mit variierten Anodenspannungen können durch lineare Extrapolation die Grenzwellenlängen λ_{min} bestimmt werden, und damit kann das Duane-Hunt-Verschiebungsgesetz überprüft werden.

Bei der Auftragung der Wellenlänge λ_{min} über $1/U_A$ sollte ein linearer Verlauf das Duane-Hunt-Gesetz bestätigen. Wie man in Abbildung 5 sieht, ist Linearität in dieser Auftragung vorhanden. Aus der Steigung der Gerade $B = \frac{hc}{e}$ kann man bei Kenntnis von Lichtgeschwindigkeit c und Elementarladung e das Plancksche Wirkungsquantum h ermitteln:

$$h = (6,84 \pm 0,26) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

U_A [kV]	λ_{min} [Å]	$\sin\Theta$
11	$1,19 \pm 0,013$	$0,2948 \pm 0,0032$
13	$0,98 \pm 0,012$	$0,2434 \pm 0,0031$
15	$0,86 \pm 0,015$	$0,2137 \pm 0,0037$
17	$0,76 \pm 0,016$	$0,1893 \pm 0,0039$
19	$0,6695 \pm 0,0083$	$0,1662 \pm 0,0021$
21	$0,61 \pm 0,010$	$0,1514 \pm 0,0024$
23	$0,59 \pm 0,013$	$0,1457 \pm 0,0032$
25	$0,52 \pm 0,010$	$0,1303 \pm 0,0024$
27	$0,4955 \pm 0,0089$	$0,1230 \pm 0,0022$
29	$0,4392 \pm 0,0064$	$0,1090 \pm 0,0016$
31	$0,4219 \pm 0,0068$	$0,1047 \pm 0,0017$
33	$0,3700 \pm 0,0073$	$0,0919 \pm 0,0018$
35	$0,4015 \pm 0,0076$	$0,0997 \pm 0,0019$

Tabelle III: Minimale Wellenlängen λ_{min} für verschiedene Anodenspannungen

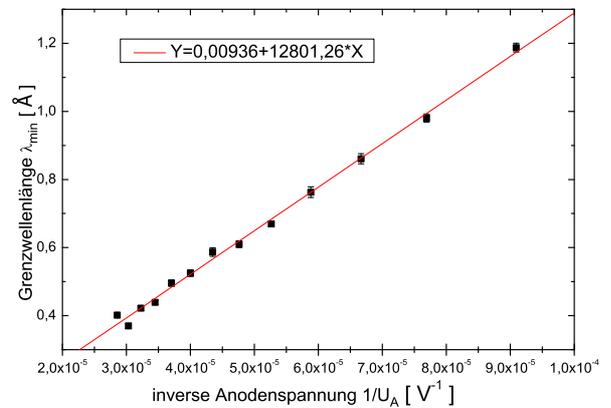


Abb. 5: Überprüfung des Gesetz von Duane-Hunt, sowie Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantum h

C. Charakteristische Röntgenstrahlung von Eisen

In diesem Versuchsteil wurde das Röntgenspektrum der Eisenanode aufgenommen. Bei den Versuchsparametern war wie immer einer Winkelschritt von $\Delta\Theta = 0,1^\circ$

Linie (Ordnung)	Energie [eV]	
	experimentell	theoretisch
K_{α} (n=1)	6389 ± 23	6398
K_{β} (n=1)	7047 ± 28	7058
$K_{\alpha 1}$ (n=2)	6404 ± 12	6404
$K_{\alpha 2}$ (n=2)	6392 ± 12	6391
K_{β} (n=2)	7059 ± 14	7058

Tabelle IV: Vergleich der experimentellen Ergebnisse der charakteristischen Linien von Eisen mit theoretischen Vorhersagen

eingestellt, als Integrationszeit wurden 2s verwendet, um mit der 2mm Apertur im Winkelbereich $\Theta = 4^\circ \dots 80^\circ$ mit $U_A = 35kV$ und $I_A = 1mA$ das Spektrum aufzuzeichnen. Aus dem Spektrum lassen sich nun die Wellenlängen der charakteristischen Strahlung ermitteln (siehe Tabelle IV). Man kann die Übereinstimmung mit dem theoretische berechneten Werten in erster Ordnung schon gut erkennen, in zweiter Ordnung ist die Übereinstimmung, wie erwartet, noch besser. Zusätzlich kann man in zweiter Ordnung die Feinstrukturaufspaltung der K_α -Linien erkennen. Um die Intensitäten der beiden Linien ermitteln zu können, wurde an beide Linien ein Voigt-Profil angefitet und aus den Integralen das Intensitätsverhältnis ermittelt (Abbildung 11). Die Verhältnisse der Intensitäten war:

$$\frac{I(K_{\alpha 1})}{I(K_{\alpha 2})} = \frac{1,196 \pm 0,058}{0,624 \pm 0,072} = \frac{100}{52 \pm 12}$$

In der Literatur [7] war der Wert bei $I(K_{\alpha 1})/I(K_{\alpha 2}) = \frac{100}{50}$ angegeben. Am Fehler, der über den besten und schlechtesten Fit abgeschätzt wurde, sieht man schon dass bei dieser geringen Auflösung der Fehler dementsprechend hoch ist.

D. Charakteristische Röntgenstrahlung von Molybdän

Im Versuchsteil zur Röntgenstrahlung an Molybdän wurde neben dem normalen Übersichtsspektrum zusätzlich die Aufspaltung der K_α -Linien in 4. Ordnung genauer untersucht. Für die beiden Spektren wurde jeweils mit 1mm Apertur gemessen, die anderen Parameter sind in Tabelle V abgebildet.

Parameter	Übersichtsspektrum	Hochauflös. Spektrum
Integrationszeit	3s	60s
Winkelbereich	$4^\circ \dots 65^\circ$	$44^\circ \dots 46^\circ$
Anodenspannung	35 kV	1mA
Anodenstrom	35 kV	1mA

Tabelle V: Versuchsparameter für das Experiment mit Röntgenstrahlung der Mo-Anode

In Tabelle VI sind die experimentellen Ergebnisse für die Lage der charakteristischen Linien mit den theoretischen Berechnungen verglichen, wobei die Wellenlängen im Übersichtsspektrum bestimmt wurden. Wie man sieht stimmen die experimentellen Ergebnisse im Rahmen der Fehler mit den berechneten Werten überein. Die Feinstrukturaufspaltung ist in Abbildung 13 zu erkennen. Die Intensitätsverhältnisse wurden wie oben bestimmt:

$$\frac{I(K_{\alpha 1})}{I(K_{\alpha 2})} = \frac{66,31 \pm 4,28}{33,69 \pm 3,73} = \frac{100}{51 \pm 6}$$

Linie (Ordnung)	Energie [eV]	
	experimentell	theoretisch
K_α (n=1)	17380 ± 170	17480
K_β (n=1)	19460 ± 210	19590
K_α (n=2)	17416 ± 86	17480
K_β (n=2)	19610 ± 110	19590
K_α (n=3)	17475 ± 58	17480

Tabelle VI: Vergleich der experimentellen Ergebnisse der charakteristischen Linien von Molybdän mit theoretischen Vorschlägen

In der Literatur [7] wird das Intensitätsverhältnis mit 52% angegeben. Eine Fehlerrechnung im Sinne von Fehlerfortpflanzung ist in diesem Fall nicht sinnvoll, da das Fitten der Voigt-Profile an sich schon große Unsicherheiten beinhaltet, deren Größe nicht abgeschätzt werden konnte. Angesichts der Ergebnisse für Eisen sieht man, dass Abweichungen von 10% auftreten können.

V. MOSELEY-GESETZ

Mit den Ergebnissen über die Lage der charakteristischen Linien von Kupfer, Eisen und Molybdän kann man Moseley-Gesetz überprüfen.

$$\sqrt{\nu} = \sqrt{\frac{R_\infty}{h}} (Z - \sigma) \sqrt{\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}} \quad (8)$$

$$\Rightarrow R_\infty = \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right)^{-1} \cdot B^2 \quad (9)$$

$$\sigma = A \cdot \sqrt{\frac{R_\infty}{h} \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right)^{-1}} \quad (10)$$

Bei der Auftragung der Wurzeln der Frequenzen jeweils von den K_α - und K_β -Linien über der Kernladungszahl Z sollten die Messpunkte auf einer Geraden liegen.

Wie man an Abbildung 6 erkennen kann, ist dies der Fall. Weiterhin kann man aus der Geradensteigung B die Rybergkonstante, und aus dem Achsenabschnitt die Abschirmkonstante σ bestimmen. Für die K_α -Linie haben wir $R_\infty = (14,23 \pm 0,10)eV$ und $\sigma = 1,51 \pm 0,10$ erhalten, aus den Daten der K_β -Linie $R_\infty = (13,69 \pm 0,18)eV$ und $\sigma = 1,93 \pm 0,18$. Die unterschiedlichen Werte resultieren aus den unterschiedlichen Elektronenkonfigurationen in K- und L-Schale, die Rydbergkonstante R_∞ ist nur für ein Ein-Elektronensystem definiert, so dass die Abweichungen durchaus physikalischer Natur sein können. Wenn man dennoch den Mittelwert aus beiden Werten bildet, erhält man:

$$R_\infty = (13,96 \pm 0,50)eV$$

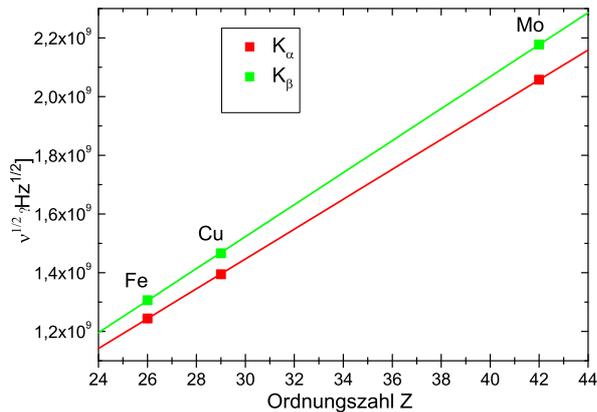


Abb. 6: Moseley-Gesetz, sowie Bestimmung der Rydberg-Energie und Abschirmung

$$\sigma = 1,72 \pm 0,14$$

wobei die Fehler über eine Größt-Fehler-Abschätzung zustande kommen. Die Literaturwerte sind für $R_\infty = 13,6eV$ und $\sigma = 1$, somit liegen die relativen Fehler bei 3% bzw. bei 72%.

VI. COMPTON-EFFEKT

Wie in Abschnitt III schon beschrieben, wurde zuerst die Transmission des Aluminium-Absorbers gemessen. Dazu wurde zuerst das Spektrum der Kupferanode $N_0(\lambda)$ mit dem LiF-Kristall im Bereich von $\Theta = 7,5^\circ \dots 9,5^\circ$ mit 2 mm Apertur und den üblichen $U_A = 35kV$ und $I_A = 1mA$ aufgenommen. Danach wurde mit gleichen Parametern mit dem Absorber im Strahl vor dem Kristall $N_1(\lambda)$ nochmals das Spektrum gemessen. Aus beiden Messungen kann man dann die Transmission $T = N_1(\lambda)/N_0(\lambda)$ bestimmen (Abbildung 14). Die weiteren Messungen wurden dann ohne LiF-Kristall (Abbildung 1, mit 5mm-Apertur und Zählrohr bei 135° durchgeführt. Durch die große Apertur können Photonen auch ohne zu streuen in den Analysator gelangen. Diesen Nulleffekt kann man berücksichtigen, wenn man ohne Streuer und Absorber die Zählrate misst. Im folgenden wurde immer dreimal die Zählrate bestimmt, um ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis zu erhalten. Für die Nullrate haben wir $N_{null} = 4,9 \text{ Imp/s}$. Um die späteren Intensitäten normieren zu können, musste die Intensität, die der Streuer verursacht gemessen werden. Nach wiederum drei Messungen haben wir eine Zählrate von $N_2 = 180 \text{ Imp/s}$. Die Zählrate mit dem Al-Absorber vor dem Kunststoffstreuer war $N_3 = 58 \text{ Imp/s}$, hinter dem Kunststoffstreuer $N_4 = 52 \text{ Imp/s}$. Durch die lineare Transmission des Aluminiums ist es nun möglich, durch die verschiedenen normierten Transmissionen $T_3 = N_3/N_2$ und $T_4 = N_4/N_2$ auf die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda_c$ zu schließen. Schließlich erhält man

$$\lambda_c = (2,8 \pm 1,3)pm$$

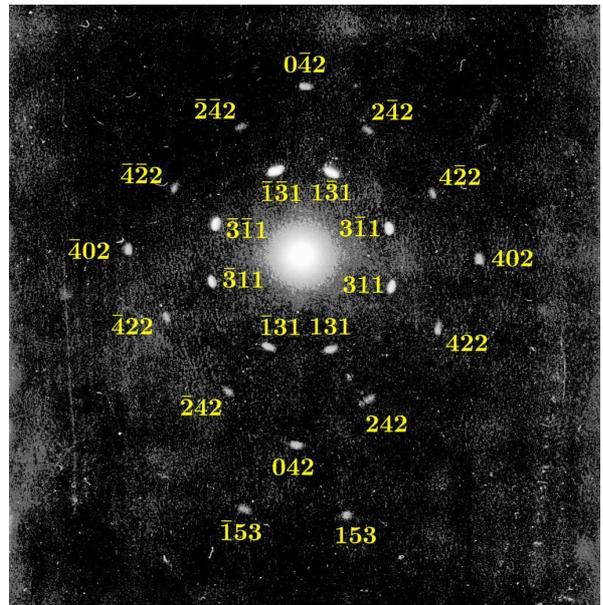


Abb. 7: bearbeitetes Laue-Bild mit Indizierung der Netzebenen

. Den Fehler haben wir dabei aus der größten und kleinsten Geradensteigung der Transmissionskurve (Abbildung 14) ermittelt, da in der Messung hier die größten Fehler auftraten. Desweiteren erhält man systematische Fehler, durch elastische Streuung würde die Wellenlängenverschiebung geringer, durch Mehrfachstreuungen größer. Darüber hinaus ist nur die Transmission im Bereich von $\lambda = 0,52 \dots 0,67$ bekannt, das Spektrum beginnt allerdings bei $\lambda = 0,35$, inwieweit man den die lineare Transmission extrapolieren kann, ist unbekannt.

In der Literatur liegt der Wert bei $\lambda_c = 2,426pm$, mit der Abweichung von 15% ist das Ergebnis für das fehlerbehaftete Messverfahren allerdings gut.

VII. AUFNAHME EINES LAUE-BILDES

In diesem Abschnitt wurde ein Laue-Bild des LiF-Kristalls auf einem Polaroid-Film aufgenommen. Dazu wurde der Kristall direkt hinter der Apertur der Mo-Röntgenröhre und der Polaroidfilm in einem Abstand von $x = (1,84 \pm 0,2)cm$ plaziert. Nun wurde der Kristall 30 min lang bei $U_A = 35kV$ und $I_A = 1mA$ belichtet und anschließend entwickelt. Um die Reflexe in Abbildung 7 indentifizieren zu können, wurde zunächst berechnet, welche Reflexe auftreten können. Auf Grund des Strukturfaktors können nur Netzebenen mit nur geraden oder nur ungeraden Millerschen Indizes auftreten. Zum anderen können mit der Grenzwellenlänge $\lambda_{min} = 0,35$ nur Reflexe an Netzebenen mit $h^2 + k^2 + l^2 \leq 136$ auftreten, allerdings ist zu erwarten, dass nur Reflexe in niedriger Ordnung genügend Intensität haben, um auf dem Polaroid-Film erkennbar zu sein (hier bis $h^2 + k^2 + l^2 \leq 35$). Um die vorhandenen Reflexe zuzuordnen zu können, haben wir

die Winkel Θ und Φ berechnet, unter denen die Reflexe erscheinen sollten. Um diese Winkel aus dem Laue-Bild besser ablesen zu können, wurde dieses eingescannt und optisch aufbearbeitet (Abbildung 7).

Θ_{exp} in $^\circ$	hkl	a_{exp} [\AA]	zugeh. λ [\AA]
$34,8 \pm 0,1$	$\bar{1}31$	4,01	0,690
$34,8 \pm 0,1$	$1\bar{3}1$	4,02	0,690
$35,5 \pm 0,1$	$\bar{3}\bar{1}1$	4,09	0,717
$35,8 \pm 0,1$	$3\bar{1}\bar{1}$	4,07	0,719
$36,6 \pm 0,1$	$\bar{3}11$	4,15	0,745
$37,2 \pm 0,1$	311	4,10	0,747
$38,2 \pm 0,1$	$\bar{1}31$	4,15	0,774
$38,4 \pm 0,1$	131	4,14	0,775
$48,3 \pm 0,1$	0 $\bar{4}2$	4,64	0,775
$53,3 \pm 0,1$	$\bar{4}02$	4,49	0,805
$48,2 \pm 0,1$	402	4,83	0,806
$48,6 \pm 0,1$	042	4,99	0,836
$49,0 \pm 0,1$	$\bar{2}\bar{4}2$	4,19	0,645
$53,8 \pm 0,1$	$2\bar{4}2$	3,92	0,646
$54,6 \pm 0,1$	$\bar{4}22$	3,95	0,658
$49,8 \pm 0,1$	422	4,23	0,659
$50,9 \pm 0,1$	$\bar{4}22$	4,31	0,683
$51,1 \pm 0,1$	422	4,31	0,685
$56,7 \pm 0,1$	$\bar{2}42$	4,08	0,697
$51,8 \pm 0,1$	242	4,35	0,697
$64,4 \pm 0,1$	$\bar{1}53$	4,67	0,712
$64,6 \pm 0,1$	153	4,67	0,713

Tabelle VII: Identifizierung der Laue-Reflexe mit Hilfe der abgelesenen Winkel, sowie Bestimmung der Gitterkonstante mit Hilfe der berechneten Wellenlänge

Reflexe höherer Ordnung wurden hier nicht beachtet, z.B. ist der 226-Reflex an derselben Stelle wie der

113-Reflex. Allerdings liegt die Wellenlänge für alle 311-Reflexe am Rand der intensiven K_α -Line, so dass diese auch am deutlichsten zu erkennen sind. Da die Reflexe höherer Ordnung mit geringerer Intensität auftreten und keine neuen Erkenntnisse liefern, wurden diese nicht weiter beachtet. Für die experimentell bestimmte Gitterkonstante haben wir also folgenden Wert erhalten:

$$a = (4,25 \pm 0,29)$$

Durch die ungenaue Messung des Abstandes zwischen Kristall und Polaroid-Film, kommt es auch zu großen Fehlern in der Gitterkonstanten. Da nur der Abstand zum Filmhalter gemessen werden konnte, kommt zur Messgenauigkeit von 1 mm zusätzlich eine Unsicherheit von 1 mm, so dass insgesamt die Position des Polariosfilm nur eine Genauigkeit von 2 mm hat. Dadurch erhält man eine Ungenauigkeit von mehr als $0,29 \text{ \AA}$ in der Gitterkonstanten. Der Literaturwert [2] ist $a = 4,028$, somit hat der Messwert eine Abweichung von 6%.

VIII. ZUSAMMENFASSUNG

Abschließend lässt sich sagen, dass durch relativ einfache Messmethoden sehr gut die Lage der energetischen Niveaus in den verschiedenen Materialien bestimmt werden konnte, zusätzlich konnte die Feinstrukturaufspaltung der K_α -Line analysiert werden. Etwas ungenauer wurden die Messungen, in denen die Intensität der Röntgenstrahlung mitausgewertet wurde. So konnte die Rydberkonstante $R_\infty = (13,96 \pm 0,50)eV$, die Comptonwellenlänge $\lambda_c = (2,8 \pm 1,0)pm$ und das Plancksche Wirkungsquantum $h = (6,84 \pm 0,26) \cdot 10^{-34}Js$ bestimmt werden. Desweiteren konnte das Moseley-Gesetz und das Duane-Hunt-Gesetz bestätigt werden. Mit Hilfe des Laue-Verfahrens konnte die Gitterkonstante des LiF-Kristalls $a = (3,91 \pm 0,22)$ ermittelt werden.

-
- [1] Joachim Straßberger: Aufbau eines Praktikumsversuchs zur Röntgenstrahlung; Zulassungsarbeit
[2] Prof. Dr. E. Batke, Prof. Dr. F. Reinert: Versuchsanleitung F-Praktikum Röntgenstrahlung; Physikalisches Institut Würzburg
[3] Ch. Kittel: Einführung in die Festkörperphysik; 11. Auflage, R. Oldenbourg Verlag München Wien 1996
[4] Haken, Hermann; Wolf, Hans Christoph: Atom- und Quantenphysik; 7. aktualisierte und erw. Auflage, Springer Verlag Berlin 2001
[5] Regler, Fritz: Einführung in die Physik der Röntgen- und Gammastrahlen unter Berücksichtigung der Elektronen- und Neutronenbeugung; Thiemig Verlag München 1967
[6] Meschede, D.: Gerthsen Physik; 21. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 2001
[7] Center for X-ray Optics and Advanced Light Source: X-ray Data Booklet, Lawrence Berkeley National Laboratory

Anhang

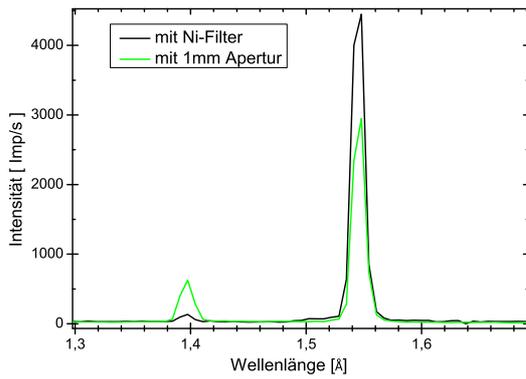


Abb. 8: Einfluss eines Nickel-Filters auf das Röntgenspektrum von Kupfer, hier K_{α} - und K_{β} -Linien in erster Beugungsordnung

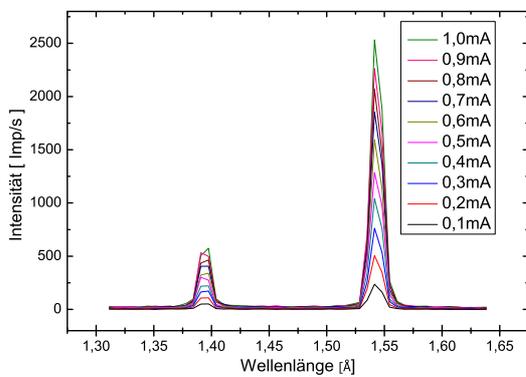


Abb. 9: Röntgenspektren von Kupfer für verschiedene Anodenströme bei $U_A=35\text{kV}$

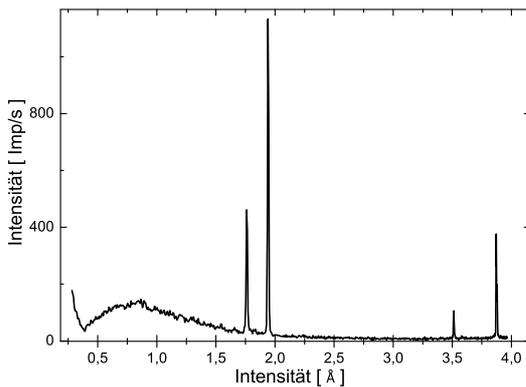


Abb. 10: Röntgenspektrum der Eisen-Anode, links: K_{β} - und K_{α} -Linie erster Ordnung; rechts: K_{β} - und K_{α} -Linie zweiter Ordnung

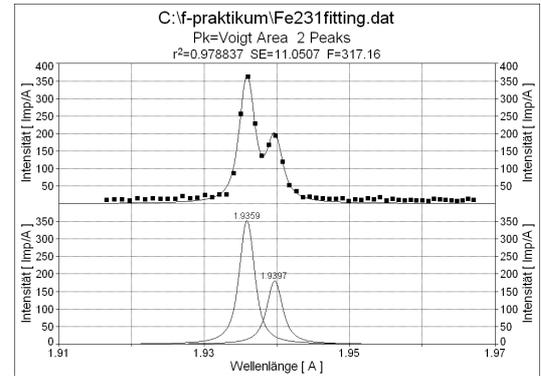


Abb. 11: Voigt-Profil-Fit an die $K_{\alpha 1}$ - und $K_{\alpha 2}$ -Linie in 2. Beugungsordnung von Eisen

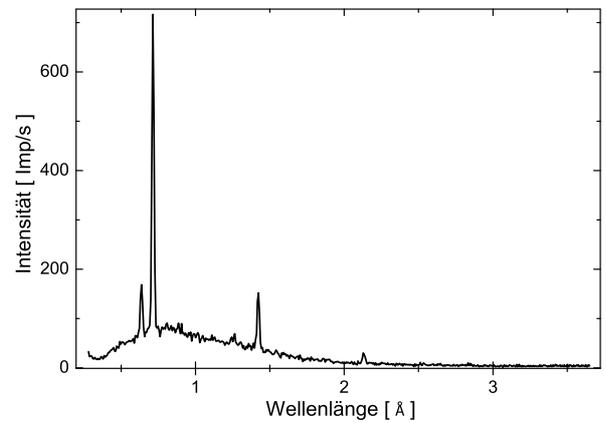


Abb. 12: Übersichtsspektrum der Molybdän-Anode

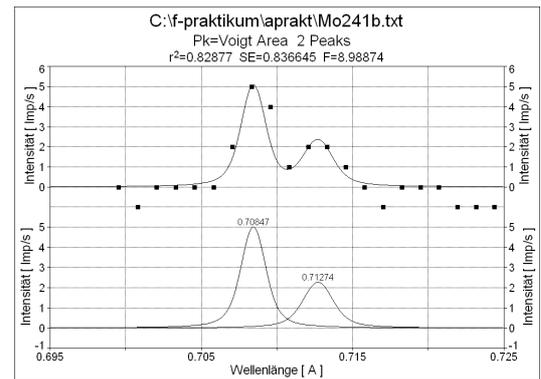


Abb. 13: Feinstrukturaufspaltung der K_{α} -Linie von Molybdän in 4. Beugungsordnung mit Voigt-Profil-Fit

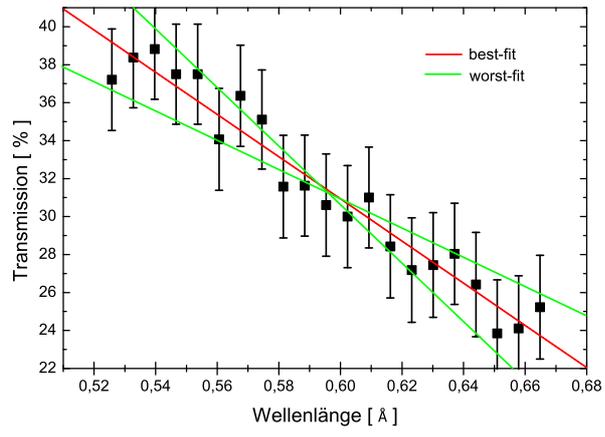


Abb. 14: Transmission des Aluminiumabsorbers