

Ausarbeitung zum Versuch 14

Physikalisches Grundpraktikum

Andreas Messer

25. Februar 2004

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Thema des Versuches	3
1.2	Allgemeine Grundlagen	3
2	Messung an einer Potentiometerschaltung	6
2.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	6
2.2	Messwerte	7
2.3	Auswertung	8
2.4	Ergebnis	9
3	Messung einer Spannung nach der Kompensationsmethode	12
3.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	12
3.2	Messwerte	13
3.3	Auswertung	13
3.4	Ergebnis	14
4	Messung des Innenwiderstandes einer Spannungsquelle	15
4.1	Versuchsaufbau und Beschreibung	15
4.2	Messwerte	16
4.3	Auswertung	16
4.4	Ergebnis	21
	Literaturverzeichnis	22
A	Kopien Original Protokoll	23
B	Selbstständigkeitserklärung	32

1 Einleitung

1.1 Thema des Versuches

Der Versuch 14 des Physikalischen Grundpraktikums beschäftigt sich mit der Messung von Spannungen. Insbesondere wird die Abhängigkeit der gemessenen Spannung von der Belastung der Spannungsquelle ermittelt. Dieser Versuch zeigt, dass auch das Messgerät selbst die Messung stark beeinflussen kann.

Im ersten Teilversuch „Messung an einer Potentiometerschaltung“ wird die Abhängigkeit der durch eine Potentiometerschaltung eingestellten Spannung von einem äußeren Belastungswiderstand nachgewiesen. Der Teilversuch „Messung einer Spannung nach der Kompensationsmethode“ zeigt eine Möglichkeit der belastungsfreien Spannungsmessung. Im letzten Teilversuch „Messung des Innenwiderstandes einer Spannungsquelle“ wird der Innenwiderstand einer realen Spannungsquelle gemessen. Außerdem wird der Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Ausgangsspannung ermittelt.

Der Versuch wurde am Dienstag den 13.01.2004 an der Bayerischen Julius-Maximilians Universität in Würzburg von Herrn Martin Plagens, Herrn Matthias Seibl und mir unter der Betreuung von Herrn Elbracht durchgeführt und ist ein Versuch des Physikalischen Grundpraktikums Teil 1 Kurs 1.

Im Rahmen dieser Ausarbeitung kann leider nicht auf Grundlagen zur Fehlerrechnung eingegangen werden. Hier wird auf Quelle [1] verwiesen.

1.2 Allgemeine Grundlagen

Allen Teilversuchen liegt das Ohmsche Gesetz [2, Kap. 5.0.2.1] zu Grunde. Das Ohmsche Gesetz verknüpft die physikalischen Größen elektrische Spannung U , elektrischen Strom I und elektrischen Widerstand R und ist gegeben mit:

$$R = \frac{U}{I} \quad [R] = \frac{1V}{1A} = 1\Omega \quad (1.1)$$

Zu beachten ist, dass der Widerstand R von der Temperatur abhängig ist. Für die weiteren Herleitungen ist noch die Kenntnis der Kirchhoffschen Gesetze [2, Kap. 5.0.2.2] notwendig:

Erstes Kirchhoffsches Gesetz: Das erste Kirchhoffsche Gesetz besagt, dass die Summe aller an einem Knotenpunkt einer elektrischen Schaltung ein- und ausfließenden Ströme Null ist. Daraus folgt, dass an allen Knotenpunkten einer elektrischen Schaltung weder Ladungen entstehen noch verschwinden können. Dieses Gesetz ist auch unter dem Begriff „Maschenregel“ bekannt.

Zweites Kirchhoffsches Gesetz Dieses Gesetz besagt, dass entlang einer geschlossenen Schleife die Summe aller Teilspannungen gleich Null ist.

Aus dem Ohmschen Gesetz lassen sich nun die Gleichungen für den Gesamtwiderstand einer Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen herleiten. Bei der Reihenschaltung werden zwei Widerstände hintereinander geschaltet (Abb. 1.1). Daraus folgt, dass

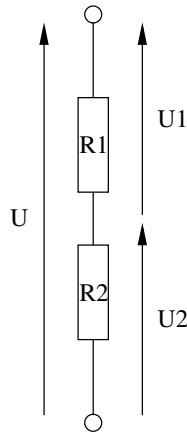


Abbildung 1.1: Reihenschaltung von Widerständen

der Gesamtstrom I , der durch die Reihenschaltung fließt, gleich den beiden Teilströmen I_1 und I_2 , die in den beiden Teilwiderständen fließen, ist und die Gesamtspannung die Summe der beiden Teilspannungen U_1 und U_2 ist.

$$I = I_1 = I_2 \quad (1.2)$$

$$U = U_1 + U_2 \quad (1.3)$$

Aus 1.2 und 1.3 folgt für den Gesamtwiderstand R der Serienschaltung:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2}{I} = \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} = R_1 + R_2. \quad (1.4)$$

Die Teilspannungen und -ströme der Reihenschaltung verhalten sich entsprechend Gleichung 1.5:

$$I_1 = I_2, \quad \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (1.5)$$

Bei der Parallelschaltung werden die Widerstände nebeneinander geschaltet (Abb. 1.2). Somit folgt, dass die Teilspannungen an den Widerständen U_1 und U_2 gleich der Gesamtspannung U sind und der Gesamtstrom I die Summe der beiden Teilströme I_1 und I_2 .

$$I = I_1 + I_2 \quad (1.6)$$

$$U = U_1 = U_2 \quad (1.7)$$

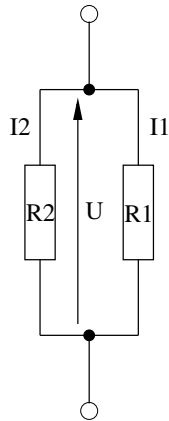


Abbildung 1.2: Parallelschaltung von Widerständen

Aus 1.6 und 1.7 folgt nun für den Gesamtwiderstand R bei Parallelschaltung die Gleichung 1.8.

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{I1 + I2}{U} = \frac{I1}{U1} + \frac{I2}{U2} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} \quad (1.8)$$

Durch Umformen nach R erhält man 1.9.

$$R = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} \quad (1.9)$$

Das Verhältnis zwischen den Teilströmen und -spannungen beschreibt 1.10.

$$U1 = U2, \quad R1 \cdot I1 = R2 \cdot I2, \quad \frac{I2}{I1} = \frac{R2}{R1} \quad (1.10)$$

Für den letzten Teilversuch sind Kenntnisse über die elektrischen Leistung notwendig. Diese ergibt sich aus Spannung und Strom:

$$P = U \cdot I$$

2 Messung an einer Potentiometerschaltung

In diesem Teilversuch wurde die Abhängigkeit der Spannung an einem Spannungsteiler vom eingestellten Teilverhältnis des Spannungsteilers und vom Lastwiderstand gemessen.

2.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

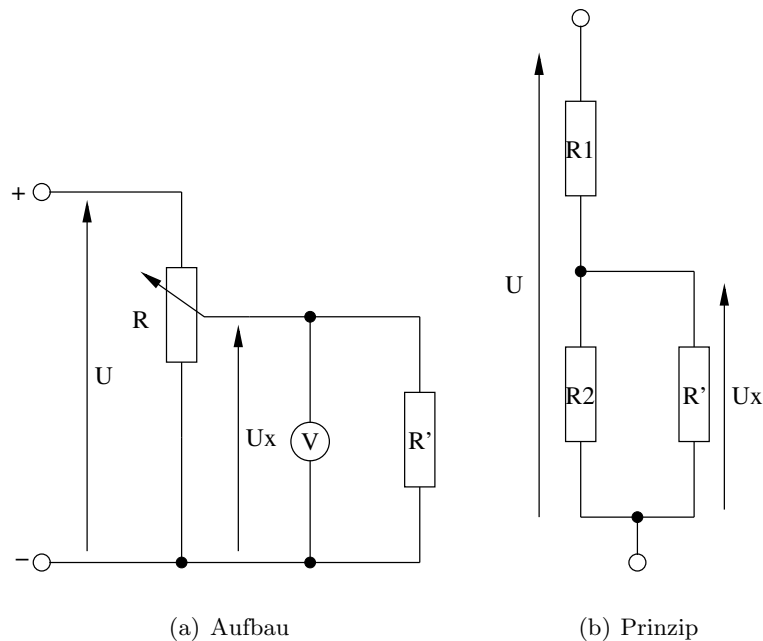


Abbildung 2.1: Potentiometerschaltung

Die Abbildung 2.1(a) zeigt den verwendeten Versuchsaufbau. Ein Netzgerät liefert die Spannung U . R' stellt den Lastwiderstand, R das Potentiometer und V das Voltmeter dar. Der erwartete Spannungsverlauf lässt sich mit dem Ersatzschaltbild eines belasteten Potentiometers (Abb 2.1(b)), bei welchem das Potentiometer R durch die beiden Widerstände R_1 und R_2 werden, herleiten. Somit gilt:

$$R = R_1 + R_2 \quad (2.1)$$

Mit Hilfe der Gleichung 1.5 ist die Spannung in Abhängigkeit von R_2 und R' herzuleiten.

$$\begin{aligned}\frac{U - U_x}{U_x} &= \frac{R - R_2}{\frac{R_2 \cdot R'}{R_2 + R'}} \Rightarrow U \frac{R_2 \cdot R'}{R_2 + R'} - U_x \frac{R_2 \cdot R'}{R_2 + R'} = U_x(R - R_2) \Rightarrow \\ U_x &= U \frac{\frac{R_2 \cdot R'}{R_2 + R'}}{R - R_2 + \frac{R_2 \cdot R'}{R_2 + R'}} = U \frac{R_2 \cdot R'}{(R - R_2)(R_2 + R') + R_2 \cdot R'} \Rightarrow \\ U_x &= U \frac{R_2 \cdot R'}{R \cdot R_2 + R \cdot R' - R_2^2}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Ohne Lastwiderstand, d.h. $R' = \infty$, reduziert sich 2.2 zu:

$$U_x = U \frac{R_2}{R} \quad (2.3)$$

Der Wert von R_2 ist durch eine Skala am Potentiometer gekennzeichnet. Im Versuch wird U_x für

$$R_2 = \frac{n}{10}R \quad n = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \quad (2.4)$$

gemessen.

2.2 Messwerte

Die Spannung wurde mit einem Messgerät des Typs „Metrix MX 202 B“ gemessen. Der Innenwiderstand dieses Gerätes beträgt $40k\Omega/V$ und der Fehler 1,5 % vom Vollausschlag. Da der Messbereich während der Messung verändert wurde, wird der absolute Fehler für jede Messung separat angegeben. Für R' wurden die Werte $\{\infty, 835\Omega, 84\Omega\}$ verwendet. Der Lastwiderstand selbst wird als fehlerfrei betrachtet und der Widerstand des Potentiometer wurde vom Potentiometer abgelesen:

$$R = (1000 \pm 50)\Omega$$

Zunächst wurde die Spannung U des Netzgerätes in Abhängigkeit des Lastwiderstandes R' gemessen (Tab. 2.1). Zur Messung dieser Spannung wurde das Potentiometer so eingestellt, dass $R_2 = R$, also $U_x = U$ ist.

$\frac{R'}{\Omega}$	$\frac{U}{V}$
∞	$4,99 \pm 0,08$
835	$4,95 \pm 0,08$
84	$4,61 \pm 0,08$

Tabelle 2.1: Ausgangsspannung U des Netzteils ($R_2 = R$)

Nun wurde für $n = 1, 2, \dots, 10$ die Spannung U_x gemessen (Tab. 2.2). Beim Lastwiderstand $R' = 84\Omega$ wurde zusätzlich für $n = \{0, 2; 0, 4; 0, 5\}$ gemessen.

n	$\frac{U_x}{V}(R' = \infty)$	$\frac{U_x}{V}(R' = 835\Omega)$	$\frac{U_x}{V}(R' = 84\Omega)$
0,2	-	-	0,074±0,008
0,4	-	-	0,131±0,008
0,5	-	-	0,153±0,008
1,0	0,500±0,008	0,443±0,008	0,237±0,008
2,0	1,01 ±0,02	0,84 ±0,02	0,342±0,008
3,0	1,49 ±0,08	1,20 ±0,02	0,425±0,008
4,0	2,01 ±0,08	1,53 ±0,08	0,51 ±0,02
5,0	2,52 ±0,08	1,92 ±0,08	0,62 ±0,02
6,0	3,03 ±0,08	2,35 ±0,08	0,78 ±0,02
7,0	3,53 ±0,08	2,82 ±0,08	1,01 ±0,02
8,0	4,03 ±0,08	3,39 ±0,08	1,39 ±0,02
9,0	4,53 ±0,08	4,11 ±0,08	2,23 ±0,08
10,0	4,99 ±0,08	4,95 ±0,08	4,61 ±0,08

Tabelle 2.2: Spannung U_x in Abhängigkeit von n und R'

2.3 Auswertung

Zur Auswertung werden die Messergebnisse graphisch aufgetragen. Damit die Graphen vergleichbar werden, wird das Verhältnis $\frac{U_x}{U}$ als Abhängigkeit von dem Verhältnis $\frac{R2}{R}$ dargestellt. Zusätzlich wird der erwartete Graph für $R' = 84\Omega$ berechnet. Der Innenwiderstand des Messgerätes ist hinreichend groß gegenüber $R2$ und R' . Daher wird er bei der Berechnung vernachlässigt. Der absolute Fehler des Spannungsverhältnisses wird nach 2.5 berechnet.

$$\Delta \frac{U_x}{U} = \pm \frac{U_x}{U} \sqrt{\left(\frac{\Delta U_x}{U_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (2.5)$$

Das Widerstandsverhältnis ist durch

$$\frac{R2}{R} = \frac{n}{10} \quad (2.6)$$

gegeben. An dieser Gleichung ist zu sehen, dass das Verhältnis der Widerstände $R2$ und R eigentlich fehlerfrei ist. Der Fehler der Widerstände geht aber durchaus in die Graphen ein (vgl. Gleichung 2.2). Der absolute Fehler des Widerstandsverhältnisses errechnet sich unter Beachtung von $R2 \sim R$ nach 2.7.

$$\Delta \frac{R2}{R} = \pm \frac{R2}{R} \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2} = \pm \frac{R2}{R} \frac{\Delta R}{R} \quad (2.7)$$

Die durch die Normierung erhaltenen Werte und absoluten Fehler dieser Werte sind in Tabelle 2.3 aufgeführt. Diese Tabelle enthält weiterhin die mit Hilfe der Gleichung 2.2 errechneten Werte für $R' = 84\Omega$, wobei der Fehler hier nicht betrachtet wurde. In der Tabelle ist zu erkennen, dass bei $R' = 84\Omega$ mit zunehmendem n die Abweichungen der gemessenen Werte von den berechneten Werten größer als die errechneten Fehlerbereiche

$\frac{R2}{R} (= \frac{n}{10})$	$\frac{U_x}{U}(R' = \infty)$	$\frac{U_x}{U}(R' = 835\Omega)$	$\frac{U_x}{U}(R' = 84\Omega)$	(ber.)
0,0200±0,0010	-	-	0,0161±0,0018	0,0162
0,0400±0,0020	-	-	0,0284±0,0018	0,0275
0,0500±0,0025	-	-	0,0332±0,0018	0,0319
0,1000±0,0050	0,1002±0,0023	0,0895±0,0022	0,0514±0,0020	0,0483
0,200 ±0,010	0,2024±0,0052	0,1697±0,0049	0,0742±0,0022	0,0689
0,300 ±0,015	0,299 ±0,017	0,2424±0,0056	0,0922±0,0024	0,0857
0,400 ±0,020	0,403 ±0,017	0,309 ±0,017	0,1106±0,0026	0,1037
0,500 ±0,025	0,505 ±0,018	0,388 ±0,017	0,1345±0,0049	0,1257
0,600 ±0,030	0,607 ±0,019	0,475 ±0,018	0,1692±0,0052	0,1556
0,700 ±0,035	0,707 ±0,020	0,570 ±0,019	0,2191±0,0058	0,2000
0,800 ±0,040	0,808 ±0,021	0,685 ±0,020	0,3015±0,0068	0,2757
0,900 ±0,055	0,908 ±0,022	0,830 ±0,021	0,484 ±0,019	0,435
1,000 ±0,050	1,000 ±0,023	1,000 ±0,023	1,000 ±0,025	1,000

Tabelle 2.3: Normierte Werte

sind. Dies hängt mit der Erwärmung des Widerstandes während der Messung und der daraus resultierenden Erhöhung des Widerstandswertes zusammen.

Die auf der Messung beruhenden Werte aus Tabelle 2.3 sind in Abbildung 2.2 in einem Diagramm aufgetragen worden. Man erkennt deutlich die Abhängigkeit der Spannung U_x von $R2$ und R' . Der Graph für $R' = \infty$ ist eine Gerade, die durch lineare Regression ermittelt wurde. Die anderen beiden Graphen wurden durch ein Computerprogramm¹ mit Hilfe der Gleichung 2.2 berechnet. In Abbildung 2.3 sind der gemessene und der berechnete Graph für $R' = 84\Omega$ aufgetragen. Wie zu sehen ist, verhält sich der experimentell ermittelte Quotient $\frac{U_x}{U}$, wie es erwartet wurde. Die Abweichung der Graphen von den Messpunkten hängt mit der Temperaturerhöhung des Widerstandes R' zusammen.

2.4 Ergebnis

Wie man an den beiden Abbildungen 2.2 und 2.3 erkennt, ist die Spannung U_x an einem Potentiometer (Spannungsteiler) vom Belastungswiderstand R' abhängig. Daraus folgt, dass ein Potentiometer nur eingeschränkt als regelbare Spannungsversorgung verwendet werden kann, da die Spannung U_x von dem Belastungsstrom abhängt. Ebenfalls bestätigt der Versuch die hergeleitete Gleichung

$$U_x = U \frac{R2 \cdot R'}{R \cdot R2 + R \cdot R' - R2^2}$$

für U_x . Ist der Belastungsstrom gegenüber dem Gesamtstrom durch das Potentiometer klein, so ist U_x in guter Näherung proportional zur Schleiferstellung des Potentiometers. Neben den in der Fehlerrechnung bereits betrachteten Messfehlern der Messinstrumente treten noch weitere Fehler auf. Dazu gehören die Veränderung des Widerstandswertes

¹Download unter <http://plasma-gate.weizmann.ac.il/Grace/>

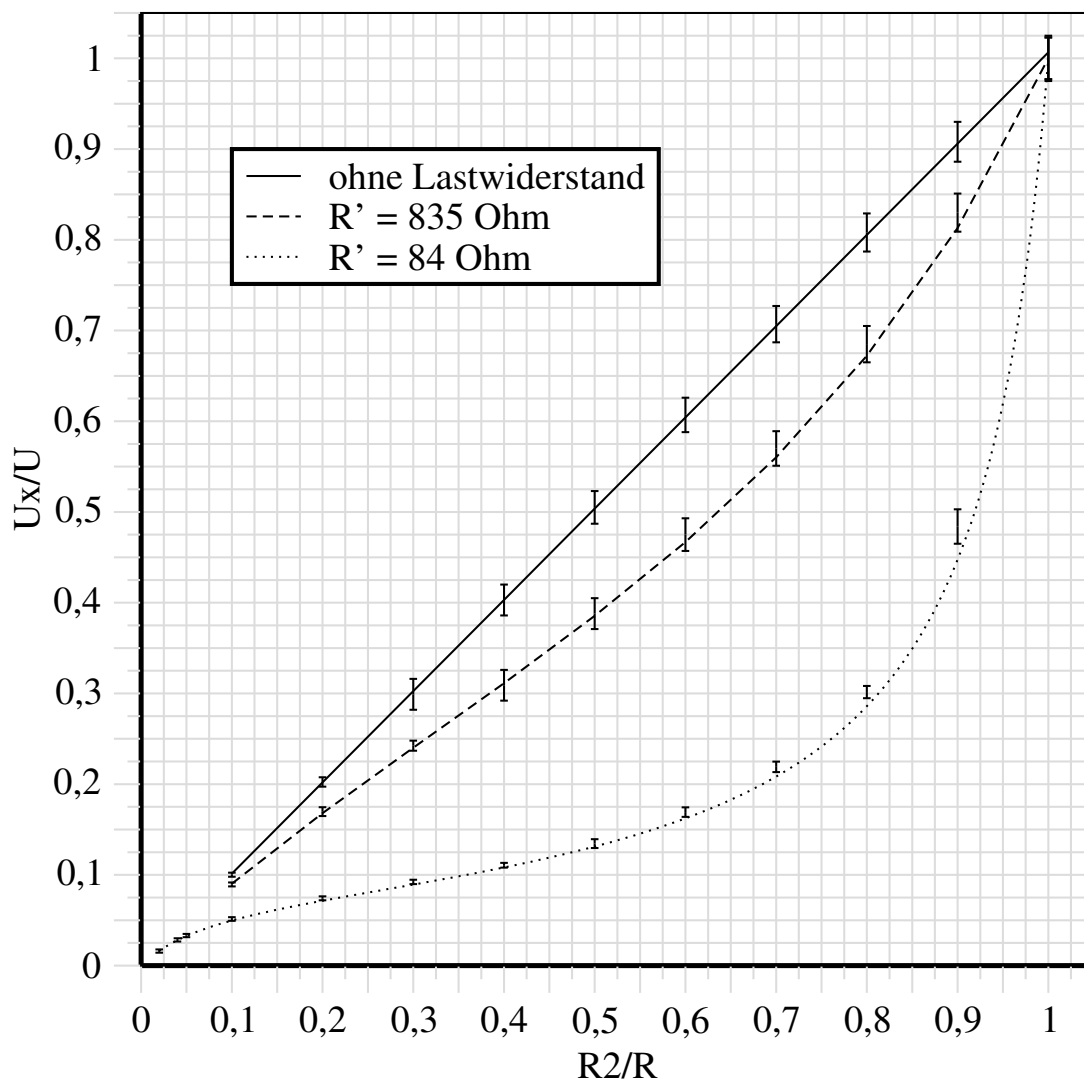


Abbildung 2.2: $\frac{U_x}{U} - \frac{R2}{R}$ - Diagramm (Fehlerbalken wegen Übersichtlichkeit nur für $\frac{U_x}{U}$)

eines elektrischen Widerstandes durch Erwärmung, der Linearitätsfehler des Potentiometers und die sich belastungsabhängig ändernde Spannung der Spannungsquelle U . Der Fehler durch Erwärmung der Widerstände ist besonders bei den Messungen mit dem Lastwiderstand $R' = 84 \Omega$ erkennbar. Der Linearitätsfehler des Potentiometers ist auf den Herstellungsprozess von Potentiometern zurückzuführen und gibt an, wie stark das Widerstandsverhältniss der beiden Teilwiderstände $R1$ und $R2$ eines Potentiometers von der Schleiferposition abweicht. Da die Spannung U einer realen Spannungsquelle entnommen wird, ist diese belastungsabhängig (siehe Kap. 4).

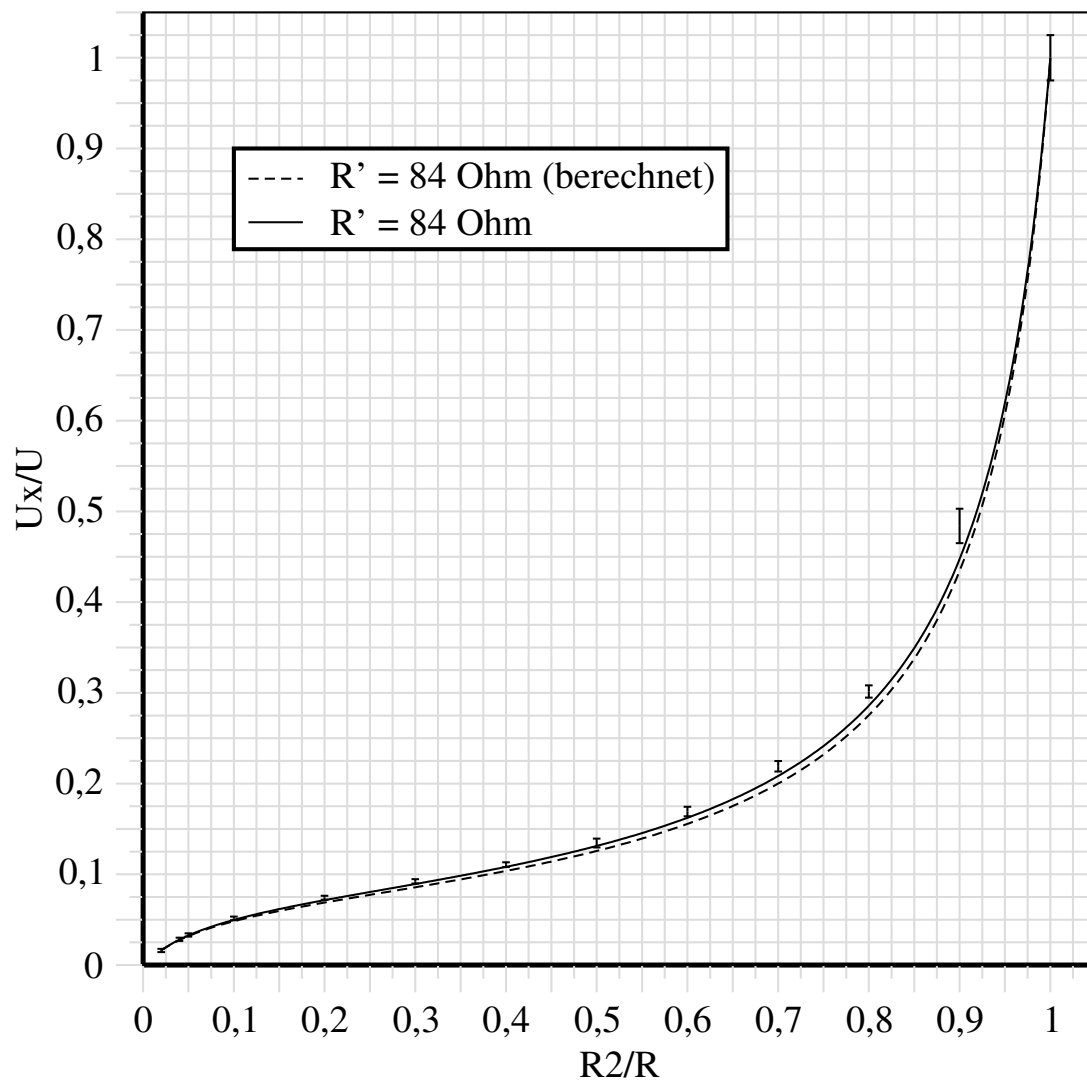


Abbildung 2.3: $\frac{U_x}{U}$ - $\frac{R_2}{R}$ - Diagramm für $R' = 84\Omega$ (Fehlerbalken wegen Übersichtlichkeit nur für $\frac{U_x}{U}$)

3 Messung einer Spannung nach der Kompensationsmethode

Wenn die Spannung einer hochohmigen Spannungsquelle gemessen werden soll, wird oft die Kompensationsmethode [2, Kap. 5.0.3.1.3] verwendet. Dadurch wird verhindert, dass die zu messende Spannung durch die Messung beeinflusst wird.

3.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

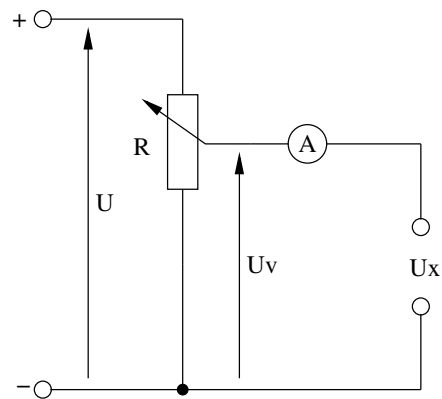


Abbildung 3.1: Kompensationsschaltung

In Abbildung 3.1 ist der Aufbau der Kompensationsschaltung dargestellt. U_x stellt hierbei die zu messende Spannung dar. Das Messinstrument A ist ein hochempfindliches Amperemeter oder Voltmeter, welches eine Nullpunktskala besitzen muss. Zum bestimmen der Spannung U_v wird das Potentiometer so eingestellt, dass das Messinstrument keinen Stromfluss anzeigt und somit die Spannungsquelle U_x nicht belastet. Nun gilt

$$U_x = U_v \quad (3.1)$$

Die Spannung U_v kann jetzt mit einem zweiten Messgerät gemessen werden oder mit Hilfe der Schleiferposition x des Potentiometers und der Spannung U errechnet werden (Gleichung 3.2, vgl. Abb. 2.1(b) und Gl. 1.5). Die Schleiferposition x ist von der Seite des Potentiometers zu zählen, die mit dem negativen Pol der Spannungsquelle U_x verbunden ist.

$$\frac{U_v}{U - U_v} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{x \cdot R}{R(1 - x)}$$

$$U_v(1 - x) = x(U - U_v) \Rightarrow U_v = x \cdot U$$

$$U_x = U_v = x \cdot U \quad \text{mit } x \in [0; 1] \quad (3.2)$$

In diesem Versuch wird die Spannung U_v zum Vergleich einmal gemessen und einmal berechnet. Weiterhin wird die Spannung U_x mit zwei verschiedenen Messgeräten direkt gemessen.

3.2 Messwerte

Der Widerstandswert des verwendeten Potentiometers beträgt:

$$R = (1000 \pm 50)\Omega$$

- Kompensationsmethode: Das Potentiometer wurde so eingestellt, dass auf dem Amperemeter kein Zeigerausschlag zu erkennen war. Nun wurde die Spannung U_v mit einem Messgerät des Typs „Metrix MX 202 B“ mit einem Innenwiderstand von $\frac{R_i}{U} = 40k\Omega/V$ und einer Genauigkeit von 1,5 % vom Vollausschlag gemessen:

$$U_v = (2,48 \pm 0,08)V$$

Nachfolgend wurde x ermittelt. Der Fehler ergibt sich aus der Genauigkeit der Skala auf dem Potentiometer. Zusätzlich wurde die Spannung U mit dem bereits oben benutzten Messgerät ermittelt.

$$x = (0,493 \pm 0,001)$$

$$U = (4,99 \pm 0,08)V$$

- Direkte Messung: Die Spannung U_x wurde zusätzlich mit zwei verschiedenen Messgeräten direkt gemessen. Eine Messung mit dem Messgerät „Metrix MX 202 B“ (Daten s.o.) ergab:

$$U_x = (2,30 \pm 0,08)V$$

Die Messung mit dem Messgerät Typ „Mavometer“ mit einem Innenwiderstand von $\frac{R_i}{U} = 1k\Omega/V$ lieferte:

$$U_x = (0,016 \pm 0,001)V$$

3.3 Auswertung

Aus der Schleiferposition x und der Spannung U lässt sich nun die Spannung U_v und somit U_x entsprechend Gleichung 3.2 berechnen.

$$U_x = 0,493 \cdot 4,99V = 2,4600V$$

Durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich für den absoluten Fehler der Spannung U_x :

$$\Delta U_x = \pm U_x \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2} = \pm 2,4600V \cdot \sqrt{\left(\frac{0,08V}{4,99V}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{0,493}\right)^2}$$

$$\Delta U_x = \pm 0,040V$$

Somit erhält man

$$U_x = (2,460 \pm 0,040)V$$

Dieser Wert ist mit dem Wert von U_v mit dem Messgerät vereinbar. Ein Vergleich mit den beiden durch direkte Messung erhaltenen, Werte für U_x zeigt, dass selbst das Messgerät mit dem hohen Innenwiderstand das Messergebnis so stark verfälscht, dass die Messergebnisse nicht mehr innerhalb ihrer Fehlertoleranzen vereinbar sind.

3.4 Ergebnis

Wie die Auswertung der Messung zeigt, kann mit der Kompensationsschaltung eine Spannung verfälschungsfrei gemessen werden. Dies ist besonders bei hochohmigen Spannungsquellen, welche z.B. in elektronischen Schaltkreisen vorkommen, notwendig damit ein verwertbares Messergebnis entsteht. Die Kompensationsschaltung kann aber nicht zum messen von sich schnell ändernden Spannungen verwendet werden, da die Referenzspannung U_v nicht schnell genug nachgeführt werden kann.

Der Wert der im Versuch gemessenen Spannung beträgt:

$$U_x = (2,460 \pm 0,040)V$$

Zusätzlich zu den Messfehlern der Messinstrumente tritt auch hier der Linearitätsfehler des Potentiometers (siehe Kap. 2.4) auf. Die Erwärmung der Widerstände durch den elektrischen Strom hat keinen nennenswerten Einfluss, da das Teilverhältniss eines unbelasteten Potentiometers unabhängig von dessen Temperatur ist. (bei einem belasteten Potentiometer sind die beiden Teilströme in den Teilwiderständen R_1 und R_2 des Potentiometers nicht gleich, d.h. die beiden Teilwiderstände erwärmen sich unterschiedlich) Die größte Verfälschung des Messergebnisses entsteht durch das Amperemeter A wenn dieses keinen Zeigerausschlag zeigt, obwohl ein Strom durch dieses fließt. Dadurch wird die zu messende Spannung ungewollt belastet. Es ist also besonders bei der Auswahl des Amperemeters auf einen möglichst kleinen Messfehler zu achten.

4 Messung des Innenwiderstandes einer Spannungsquelle

Jede reale Spannungsquelle besitzt einen Innenwiderstand. Durch diesen weicht die Ausgangsspannung mit zunehmender Belastung von der Leerlaufspannung (ohne Belastung) der Spannungsquelle ab. Dies impliziert eine Verlustleistung, die zusätzlich zu der abgegeben Leistung aufgebracht werden muss.

4.1 Versuchsaufbau und Beschreibung

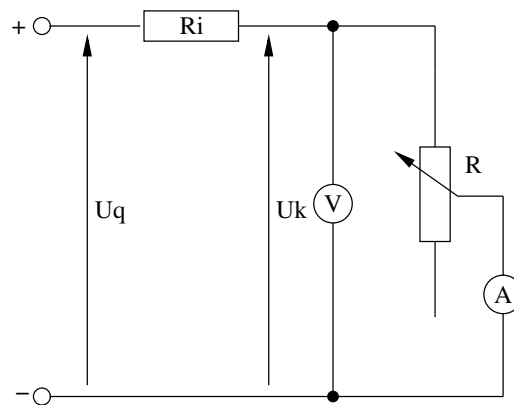


Abbildung 4.1: Schaltungsaufbau für Innenwiderstandsmessung

Abbildung 4.1 zeigt den verwendeten Schaltungsaufbau mit U_q und R_i als reale Spannungsquelle. Zunächst wird die Schaltung ohne den Lastwiderstand (Potentiometer) R aufgebaut, damit U_q gemessen werden kann. Danach wird der Lastwiderstand eingesetzt. Mit Hilfe des Potentiometers werden nun verschiedene Lastströme I eingestellt, welche mit dem Amperemeter A gemessen werden. Die jeweils dazugehörige Spannung U_k wird mit dem Voltmeter V gemessen. Der mathematische Zusammenhang zwischen U_k , I und R_i lässt sich aus dem Ohmschen Gesetz (Gl. 1.1) herleiten. Da $R \sim U$ und $R \sim \frac{1}{I}$ ist, ergibt sich:

$$R_i = \frac{\Delta(U_q - U_k)}{\Delta I} = -\frac{\Delta U_k}{\Delta I} \quad (4.1)$$

R_i ist somit aus dem Anstieg der Geraden $I_k(U_k)$ zu ermitteln. Im Versuch sollen außerdem die abgegebene Leistung der Spannungsquelle und die Gesamtleistung betrachtet werden. Die an einem elektrischen Widerstand abfallende elektrische Leistung errechnet

sich mit

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = R \cdot I^2 \quad (4.2)$$

Somit ergibt sich für die abgegebene Leistung P_k und für die Gesamtleistung P_{ges} :

$$P_k = U_k \cdot I \quad (4.3)$$

$$P_{ges} = U_k \cdot I + U_i \cdot I = U_q \cdot I \quad (4.4)$$

Für das Verhältnis abgegebene Leistung zur aufgebrauchten Leistung gilt:

$$\frac{P_k}{P_{ges}} = \frac{U_k \cdot I}{U_k \cdot I + R_i \cdot I^2} = \frac{U_k}{U_k + (U_q - U_k)} = \frac{U_k}{U_q} \quad (4.5)$$

4.2 Messwerte

Die Spannung wurde mit dem Messgerät „Metrix MX 202 B“ mit einem Innenwiderstand $\frac{R_i}{U} = 40k\Omega/V$ und einem Fehler von 1,5 % vom Vollausschlag gemessen. Bei der Strommessung betrug der Fehler 1,0 % vom Vollausschlag. Zunächst wurde die Quellspannung U_q gemessen:

$$U_q = (4,00 \pm 0,08)V$$

Die Tabelle 4.1 stellt die mit Lastwiderstand R gemessenen U_k - I_k -Wertepaare dar.

$\frac{U_k}{V}$	$\frac{I_k}{A}$
3,80 $\pm 0,08$	0,0020 $\pm 0,0005$
3,60 $\pm 0,08$	0,0040 $\pm 0,0005$
3,40 $\pm 0,08$	0,0060 $\pm 0,0005$
3,21 $\pm 0,08$	0,0080 $\pm 0,0005$
3,00 $\pm 0,08$	0,0100 $\pm 0,0005$
2,50 $\pm 0,08$	0,0150 $\pm 0,0005$
1,99 $\pm 0,08$	0,0200 $\pm 0,0005$
1,49 $\pm 0,02$	0,0250 $\pm 0,0005$
0,98 $\pm 0,02$	0,0300 $\pm 0,0005$
0,472 $\pm 0,008$	0,0350 $\pm 0,0005$
0,218 $\pm 0,008$	0,0370 $\pm 0,0005$

Tabelle 4.1: Messwerte für U_k und I_k

4.3 Auswertung

Entsprechend [2, Kap. 5.2.1.1] werden die Messwerte aus Tabelle 4.1 in Abbildung 4.2 graphisch dargestellt und eine Ausgleichsgerade (Gl. 4.6) mit Hilfe linearer Regression ermittelt. Für die Gleichung der Ausgleichsgeraden erhält man

$$U_k(I) = U_q - U_i(I) = U_q - R_i \cdot I \quad (4.6)$$

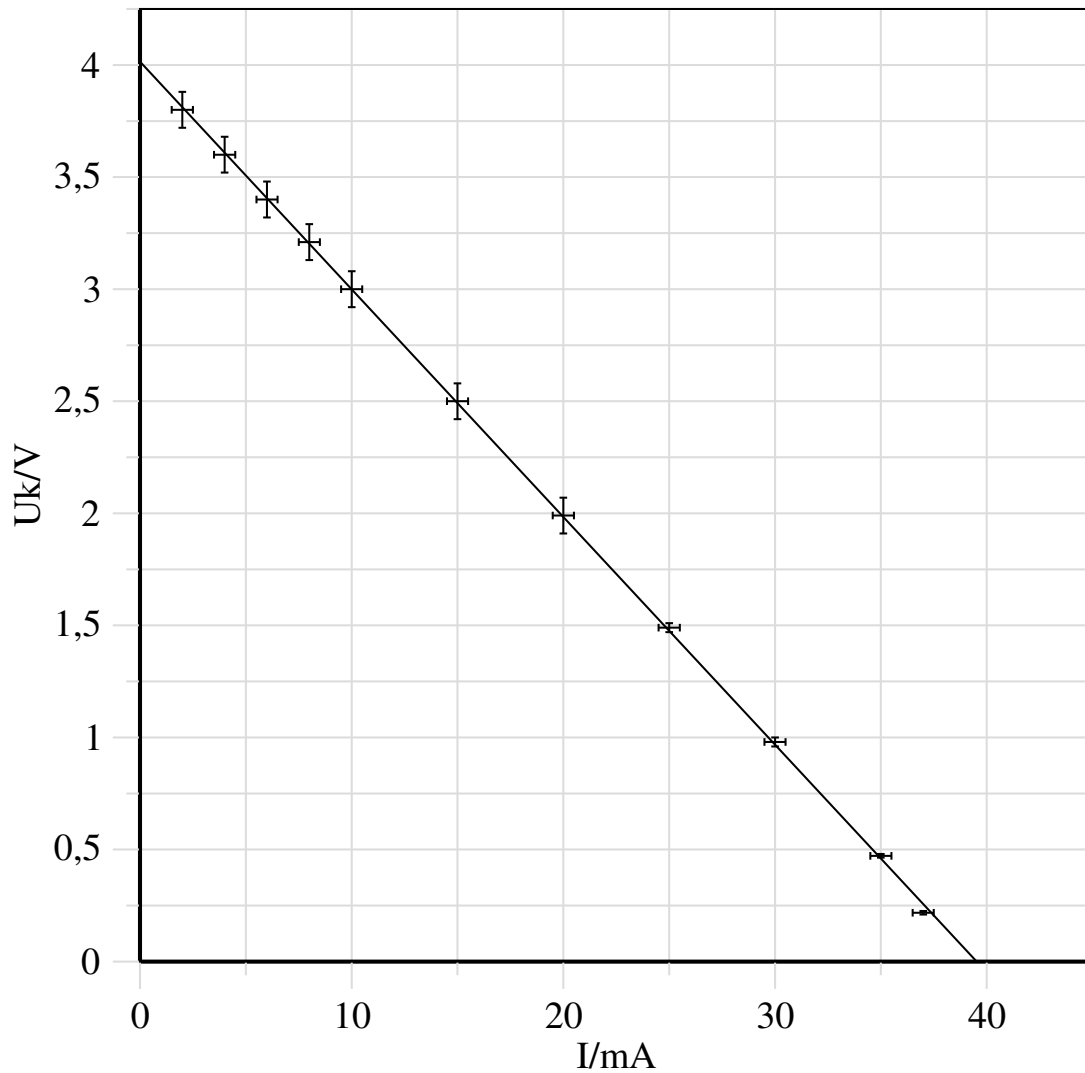


Abbildung 4.2: U_k - I - Diagramm (mit Fehlerbalken)

mit U_i als Spannung am Innenwiderstand R_i . Für U_q und R_i wurden folgende Werte berechnet (aus linearer Regression):

$$U_q = (4,0148 \pm 0,0018)V$$

$$R_i = (101,58 \pm 0,41)\Omega$$

Der berechnete Wert der Quellspannung U_q stimmt innerhalb der Fehlertoleranzen mit dem gemessenen Wert von U_q überein. Da der berechnete Wert eine höhere Genauigkeit besitzt, wird dieser zu den weiteren Berechnungen herangezogen. Der Kurzschlussstrom I_{kurz} ist der Schnittpunkt der Geraden nach Gl. 4.6 mit der X-Achse.

$$0 = U_q - R_i \cdot I_{kurz} \Rightarrow I_{kurz} = \frac{U_q}{R_i}$$

$$I_{kurz} = \frac{4,0148V}{101,58\Omega} = 39,524mA$$

Für den Fehler von I_{kurz} ergibt sich:

$$\Delta I_{kurz} = \pm I_{kurz} \sqrt{\left(\frac{\Delta U_q}{U_q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R_i}{R_i}\right)^2}$$

$$\Delta I_{kurz} = \pm 39,524mA \sqrt{\left(\frac{0,0018V}{4,0148V}\right)^2 + \left(\frac{0,41\Omega}{101,58\Omega}\right)^2} = \pm 0,16mA$$

Der Kurzschlussstrom ist also:

$$I_{kurz} = (39,52 \pm 0,16)mA$$

Aus den Messwerten für I , U_k und U_q wird mit Hilfe der Gleichungen 4.3, 4.4 und 4.5 die Tabelle 4.2 erstellt. Die erste Spalte dieser Tabelle enthält als Bezugspunkt die Spannung U_k ohne den Messfehler. Die angegebenen Fehler errechnen sich wie folgt:

$$\Delta P_k = \pm P_k \sqrt{\left(\frac{\Delta U_k}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}$$

$$\Delta P_{ges} = \pm P_{ges} \sqrt{\left(\frac{\Delta U_q}{U_q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}$$

$$\Delta \frac{P_k}{P_{ges}} = \pm \frac{P_k}{P_{ges}} \sqrt{\left(\frac{\Delta U_k}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_q}{U_q}\right)^2}$$

Die abgegebene Leistung P_k wurde in Abbildung 4.3 in Abhängigkeit von U_k aufgetra-

$\frac{U_k}{V}$	$\frac{P_k}{W}$	$\frac{P_{ges}}{W}$	$\frac{P_k}{P_{ges}}$
3,80	0,0076 $\pm$ 0,0019	0,0080 $\pm$ 0,0020	0,947 $\pm$ 0,020
3,60	0,0144 $\pm$ 0,0018	0,0161 $\pm$ 0,0020	0,897 $\pm$ 0,020
3,40	0,0204 $\pm$ 0,0018	0,0241 $\pm$ 0,0020	0,847 $\pm$ 0,020
3,21	0,0257 $\pm$ 0,0017	0,0321 $\pm$ 0,0020	0,800 $\pm$ 0,020
3,00	0,0300 $\pm$ 0,0017	0,0401 $\pm$ 0,0020	0,747 $\pm$ 0,020
2,50	0,0375 $\pm$ 0,0017	0,0602 $\pm$ 0,0020	0,623 $\pm$ 0,020
1,99	0,0398 $\pm$ 0,0019	0,0803 $\pm$ 0,0020	0,496 $\pm$ 0,020
1,49	0,03730 $\pm$ 0,00090	0,1004 $\pm$ 0,0020	0,3711 $\pm$ 0,0050
0,98	0,02940 $\pm$ 0,00077	0,1204 $\pm$ 0,0020	0,2441 $\pm$ 0,0050
0,472	0,01650 $\pm$ 0,00037	0,1405 $\pm$ 0,0020	0,1176 $\pm$ 0,0020
0,218	0,00810 $\pm$ 0,00032	0,1485 $\pm$ 0,0020	0,0543 $\pm$ 0,0020

Tabelle 4.2: Berechnete Leistungen

gen. Man erkennt hier die quadratische Abhängigkeit. Dies lässt sich auch mit folgender

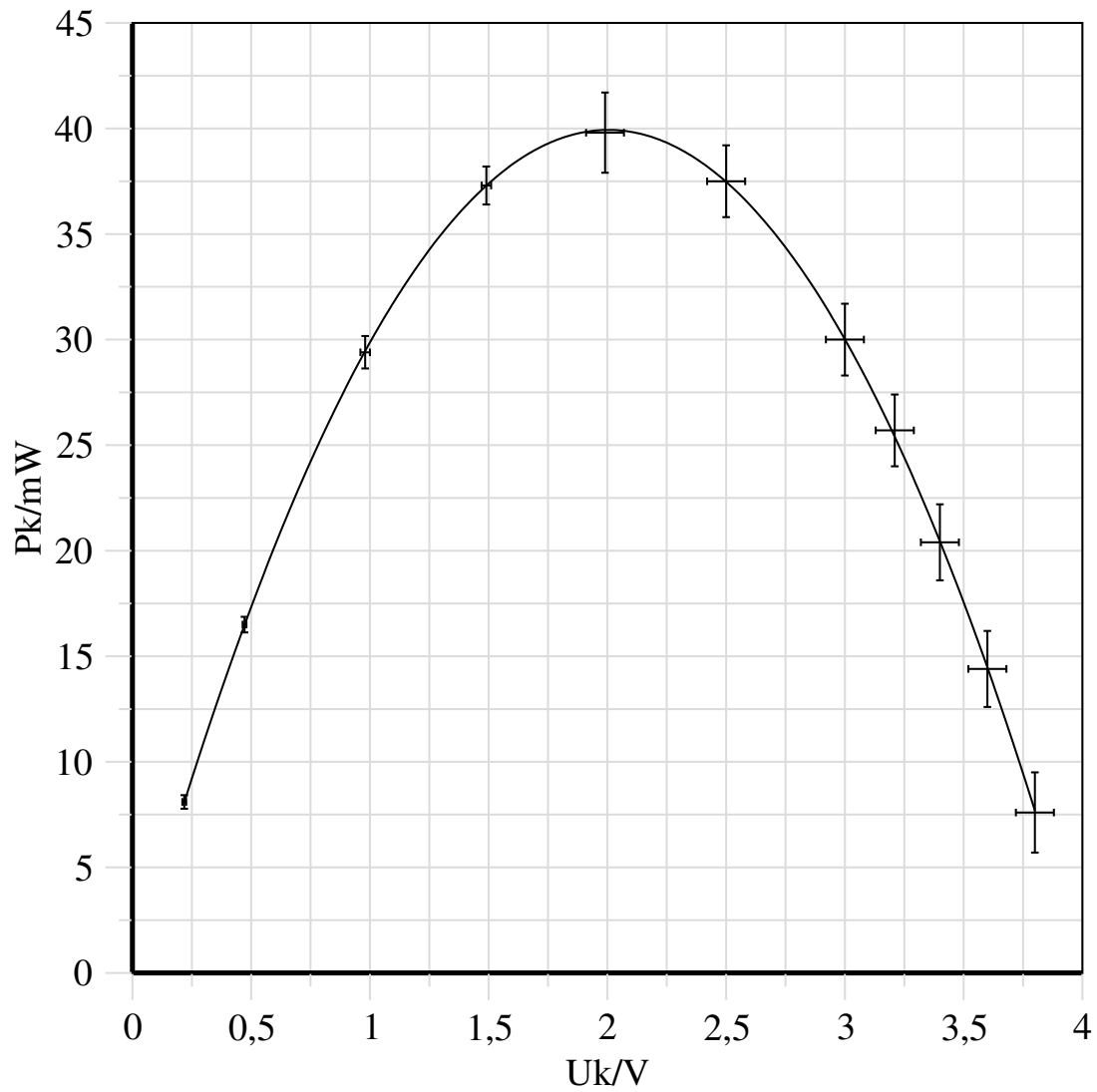


Abbildung 4.3: P_k - U_k - Diagramm (mit Fehlerbalken)

Rechnung nachvollziehen:

$$P_k = U_k I = U_k \frac{U_i}{R_i} = \frac{U_k(U_q - U_k)}{R_i} = \frac{U_k U_q - U_k^2}{R_i}$$

$$P_k = \frac{U_q}{R_i} U_k - \frac{1}{R_i} U_k^2$$

Die Kurve in Abbildung 4.3 wurde mit Hilfe eines Computerprogrammes¹ genähert. Es ergab sich folgende Gleichung:

$$P_k(U_k) = -1,9461 \cdot 10^{-4} W + \frac{4,008 V}{100,07 \Omega} U_k - \frac{1}{100,07 \Omega} U_k^2 \quad (4.7)$$

Das Verhältnis der abgegebenen zur insgesamt verbrauchten Leistung in Abhängigkeit von U_k ist in Abbildung 4.4 zu sehen. Wie zu erwarten war (vgl. Gl. 4.5), ergab sich eine direkte Proportionalität.

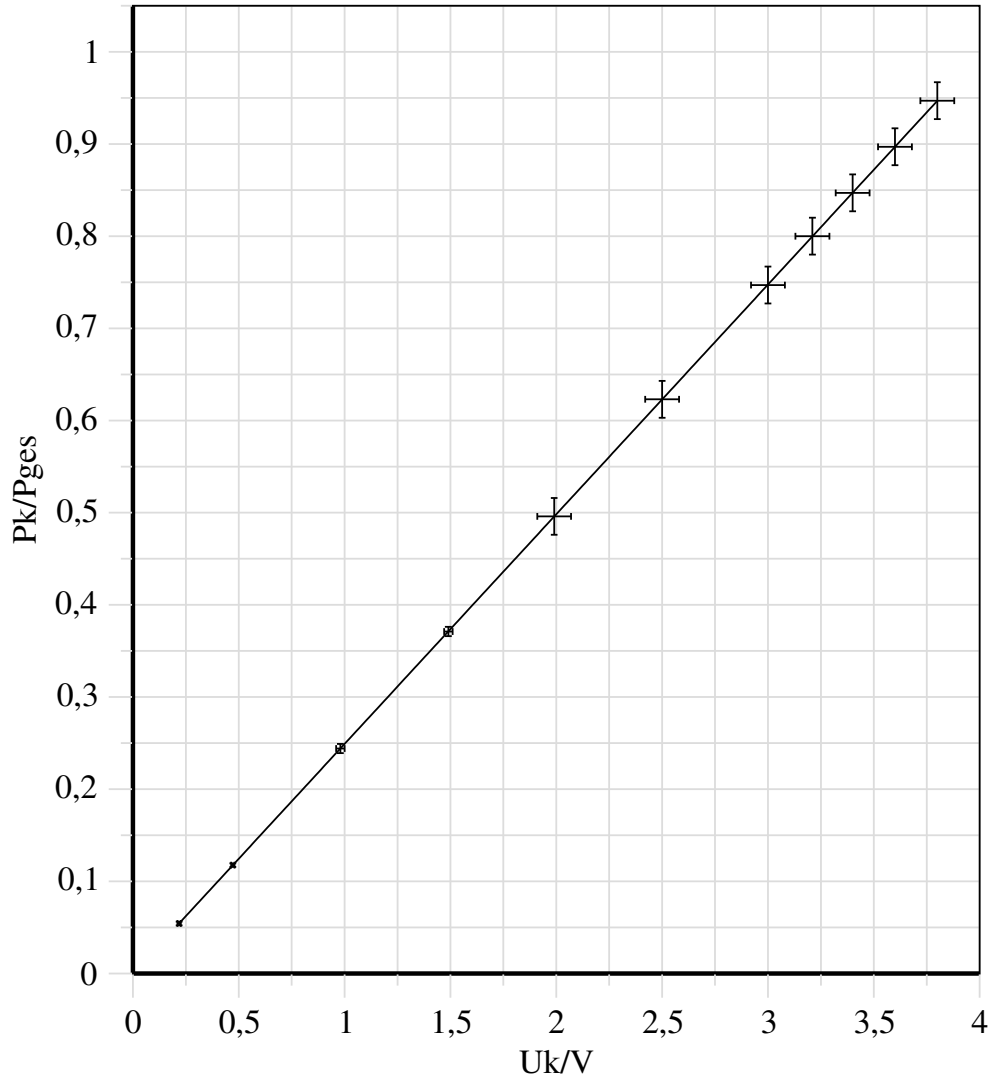


Abbildung 4.4: $\frac{P_k}{P_{ges}}$ - U_k - Diagramm (mit Fehlerbalken)

¹Download unter <http://plasma-gate.weizmann.ac.il/Grace/>

Die ermittelte Geradengleichung ist:

$$\frac{P_k}{P_{ges}} = -4,6871 \cdot 10^{-5} + \frac{U_k}{4,013V} \quad (4.8)$$

Bei beiden Gleichungen (4.7 und 4.8) ist ein Summand in Vergleich zur berechneten Form hinzugekommen. Dieser zusätzliche Summand ist vom Zahlenwert her sehr klein und auf die Messfehler während der Messung zurückzuführen.

4.4 Ergebnis

Aus den Auswertung geht hervor, dass jede reale Spannungsquelle einen Innenwiderstand besitzt. Dadurch wird die Klemmspannung vom Laststrom abhängig. Um die Quellspannung genau zu messen, muss man belastungsfrei messen.

Bei der im Versuch verwendeten Spannungsquelle konnten folgende Daten ermittelt werden:

$$R_i = (101,58 \pm 0,41)\Omega$$

$$U_q = (4,0148 \pm 0,0018)V$$

$$I_{kurz} = (39,52 \pm 0,16)mA$$

Die abgegebene Leistung einer Spannungsquelle hängt quadratisch von der Klemmspannung ab. Die insgesamt benötigte Leistung ist proportional zur Klemmspannung.

Das Messergebniss wird neben den Messfehlern der Messgeräte auch durch die Verwendung einer stromrichtigen Schaltung beeinflusst. Um diesen Fehler zu minimieren, muss ein Amperemeter mit einem gegenüber dem Lastwiderstand kleinen Innenwiderstand verwendet werden. Bei Kenntnis des Innenwiderstandes des Amperemeters kann der Fehler korrigiert werden indem zu dem Lastwiderstand R der Innenwiderstand des Amperemeters addiert wird. Der Innenwiderstand des Voltmeters muss möglichst groß gewählt werden. Alternativ kann auch die Kompensationsmethode (siehe Kap. 3) verwendet werden.

Literaturverzeichnis

- [1] W. Ossau. *Vorlesung: Auswertung von Messungen und Fehlerrechnung*. Würzburg, 2003/24. Vorlesungsskript im Internet unter <http://www.wolfgang-ossau.de> zu finden.
- [2] W. Walcher, M. Elbel, W. Fischer, R. Sturm, R. Thielmann, and W. Zimmermann. *Praktikum der Physik*. Teubner, Stuttgart, 1994.

A Kopien Original Protokoll

B Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere hiermit durch meine Unterschrift, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe angefertigt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Ort, Datum

Andreas Messer